CYCLOMETRIAE NOVAE LIBRI DUO AD ILLUSTRISSIMUM PRINCIPEM MAURICIUM...

Philippe : van Lansberge




BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
34 L
25

Lasbergij ciclometr.

PHILIPPI LANSBERGII
CYCLOMETRIÆ NOVÆ
LIBRI DVO

Ad Illustrissimum Principem

MAVRICIVM NASSOVIVM

ET

Illustres ac Potentes Zeelandiæ Ordd.

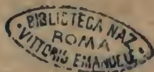


Coll. Romani B. Soc. Jesu Catal. Inscrip. S.



ὁ Θεὸς ἀεὶ κυκλομετρεῖ.

MIDDELBVRGI
Ex officina RICHARDI SCHILDERS
CIↃ IↃ CXVI.



In Cyclometrica Reverendi viri PHILIPPI LANSBERGII.

Ἀθανάτου σοφίης πρὶν ὑπερχθονίων ἀναβαίνων
Οἶμον ὁ Λάνσπεργος, σὺν δὲ κεραστάμενος
Χριστιανοῖς ζαθέοισιν ἀληθοσύνης γλυκὺ φίλτρον,
Εὐεπίῃ γλώσσης εἰς ἅμα καὶ σελίδων·
Νῦν πάλιν Εὐκλείδαο νόον προσέθηκεν ἀγαστὸν
Δέλτοις ἀενάοις, κυκλομετρησάμενος,
Πᾶς ἐπ᾽ ἀληθείῃ πεπλασμένος· ἱρὰ δ᾽ ἄυτης
ἴχνια καὶ πάντῃ θεσμὰ μετερχόμενος.
Οὖλε μοι ὦ φλανδρῶν ὕπατον κλέος· οὖλε μοι εὖχος
Γάνδης μητρὸς ἐμῆς. χαῖρε δὲ φραδμοσύνης,
Χαῖρε καὶ ευσεβίης τε καὶ ἀγχινόοιο μενοινῆς.
Νῦν ὑπερευκλείδης, ὁ πρὶν ὑπερχθόνιος.

Daniel Heinsius.

Illustrissimo Principi ac Domino, D. *Mauricio* Principi Auraico, Comiti Nassovio, &c. Gubernatori Belgij confœderati, & Ἀρχιστρατηγῷ, &c.

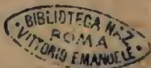
ET

Illustribus ac Potentibus Zelandiæ Ordd. Dominis ac Mecœnatibus suis sibi plurimùm venerandis.



IRCVLI geodœsia, quam magnus Archimedes κύκλου μέτρησιν appellat, propter utilitatem quam societati hominum atque cōmunitati adfert insignem, jam multis ab hinc seculis ubivis gentium exculta est. Et primùm ante annos bis mille & sexingētos in Palęstina, sub magni Solomonis imperio. Tunc enim inter cætera tēpli ornamenta intestina, cōstructum fuit mare æneum circūquaq; rotūdum, factaque ipsius dimensione, deprehensum, quod decem cubiti essent à labij parte unâ ad alterā, & quod filum triginta cubitorum idem cingeret circumquaque. Erat itaque tum temporis Cyclometria quædam in usu, rudis scz. illa, quæ diametri & peripheriæ rationē ponebat triplam, hoc est, ut X ad XXX.

At septingentis annis post Solomonem, circa Platonis tēpora, accuratior quædam circuli dimensio in Græcia caput efferre cepit, quādo magni Viri Bryso, Antipho, Hippocrates Chius, Cyclometrica sua inventa, dabant in publicum, laudemq; Cyclometriæ invētæ singuli affectabant. Bryso-



nem enim excipiebat Antipho, Antiphontē Hippocrates, atque hunc deinceps alij, manente tamen Cyclometriæ laude penes Hippocratem. Nam ut testis est Aristoteles, Brysonis τετραγωνισμὸς erat ἐριστικὸς, ψευδόγραφος; Antiphontis reprehensione Geometrica indignus. Hippocratis contra qui fiebat per μηνίσκους verè erat Geometricus: quo tamen posteritas minimè fuit cōtenta, quod non tam circuli esset, quàm duorum circuli μηνίσκων.

Hos omnes, qui σύγχρονοι erant, ducentorum proximè annorū intervallo sequutus est Archimedes Syracusanus, vir miræ sagacitatis, qui τμηματισμὸν Antiphontis mutuatus duo demonstravit; unum, cuiuslibet circuli circūferentiam suæ diametri esse triplam, & adhuc excedere minori quidē parte quam septimâ diametri, majori autem quam decem septuagesimis primis. Alterum, Omnem circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius unum latus circa rectum æquatur radio circuli, alterum perimetro. Quæ elementa etsi posteritas agnoverit γεωμετρικῶς ab Archimede esse demonstrata, non acquievit tamen in ipsius Cyclometria, quam tertio elemento proposuit, quòd à veritate nonnihil distaret. Testes sunt Apollonius Pergæus magnus Geometra, Ptolemæus Alexandrinus Astronomiæ Princeps, Philo Gadarenus, atque alij quorum Eutocius Ascalonita meminit, qui omnes summâ ope ac studio conati sunt Cyclometricum negotium ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγάγειν. In quam quoque cogitationem & curam incubuerunt Dinostratus, Nicomedes, & quotquot deinceps Mathematici præstan-

tes

tes sequuti sunt ad nostra usque tempora.

Porro cùm nobis valdè doleret, nobilissimam Geometriæ partem, in qua tot seculis totque à Geometris sudatum esset, in splendorem suum non modò nondum esse redditam, sed ψευδοτετραγωνισμοῖς multorum magis fœdatam, ingensq; restituendi eam cupiditas animum nostrum incesseret; admovimus & nos, σὺν τῷ Θεῷ, operi manum, observataq; circuli naturâ, ac signis quæ illi insunt, tandē post aliquot annorum vigilias, & pertinacem cogitandi assiduitatem, Cyclometriā de integro exstruximus, novam quidē, sed quæ cum vetere de palmâ certare audeat. Hanc Flacci cōsilio nonum pressimus in annum: verùm quia ultra jam premi negat, bono rei literariæ manumittimus. Stat enim in carceribus ὥσπερ ἵππος τῆς ἑ[illegible]ενῆς ὀρθὸς ὃς ἵστησιν.

Vt autem in manus hominum veniret gratior, volui eam Illustrissimæ T. C. ac DD. V. Illustribus & Potentibus inscribere, Archimedem sequutus, qui partem operum suorum optimam dicavit suo Dositheo. Etsi enim Mathemata per se Mathematicis Viris sint accepta, tamen quia persæpè incidunt in manus ἀγεωμετρήτων, utile est laudatorum Virorum nominibus esse insignita, ut qui ab illis abhorrent maximè, eorum saltem exemplo ad ea invitentur.

Inprimis decet ut qui Mathematica tractant publicè, bonorum ac sapientum Principum mētionem faciant. Nam quia boni & sapientes Principes hæc studia præcipuè juvant, consentaneum est ut ij quibus opem ferunt, vicissim virtu-

virtutem ac liberalitatem eorum agnoſcant, quantumque fieri poteſt, grato animo prædicent. Quamobrem cùm & vos eſſe Mathematicarum artium fautores conſtet, & te, Princeps Illuſtriſſime, inter Mathematicos noſtri ſeculi primum; æquum eſſe putavi ut & ego ſapientię ac virtutũ Veſtrarum ornamenta publico teſtimonio cõprobarem: præſertim cum totos triginta annos benevolentiæ Veſtræ aurâ fuerim afflatus, iamque in hoc meo ſenio, ſummo Veſtro favore ac magnificentiâ, ocio fruar literario. Agnoſco enim & me hoc nomine Vobis debere plurimũ, & illos quoque qui deinceps ocij noſtri fructum percipient.

Oro itaque te Illuſtriſſime Princeps, Voſque Ordd. Illuſtres & Potentes, quàm poſſum reverenter, Cyclometriam ut hanc noſtram, in ſpeciem quidem exiguam, ſed materia & labore maximam, patiamini ſub Illuſtriſſimis V. Nominibus venire in lucem; eamque extare ut publicum obſervantiæ ac gratitudinis meæ erga Vos monumentum. Hoc enim animo eandem Vobis do, dico, conſecro, cupioque ut quæ laus inde expectanda eſt, Vobis cedat; Quibus jam pridem me totum devovi; Quibuſque jam ſtudia mea ſubmiſsè cõmendo. Vale Illuſtriſsime Princeps, & Vos Ordd. Illuſtres ac Potentes. Middelburgi Zelandiæ, pridie Idus Ianuar. CIↃ IↃ CXVI.

Illuſtriſs. T. Celſitudini, ac DD. V.
Illuſtribus & Potentibus

Addictiſſimus
P. LANSBERGIUS.

Ex literis Clarissimi, Doctissimique viri Willebrordi Snellij, R. F. ad Philippum Lansbergium.

TVAM verò novam quadraturam non leviter admiror, qui etiam in vastissimis illis numeris tam prope verum collimaris; unde facilè conjecturam capio, eam vero assidere. Quod tamen Cl. Ludolphum in ratione diametri & peripheriæ constituenda hallucinatum censes, haud possum tecum sentire: neque enim est ratio legittima quam ponis 20000000000000000000000 ad 6283185307179586476969128. Sed ista 20000000000000000000000000 ad 62831853071795864769252867 & amplius. Habes numeros tuis majores. Cæterum verissimè illud notasti omnes Veterum quadraturas in numeris maximè expediri. Nam volutas Sisyphus aliquis per puncta & pinnas rotabit, volvetque. Apage mihi istas, quia à χειρεργία sunt alienissimæ. Quare quod ais ex tuo invento rectam circulo quadrando proximè æqualem ita describi, ut facilitas cum certitudine contendat, eo ipso sine dubio mirificè hominum studia excitabis. Imò quis tibi non plaudet, cùm videbit unum aliquem hac ætate inventum, qui non desperarit secula proficere semper? qui non dubitarit cum summis Mathematicis de prima summâque Mathesios laude decertare. Archimedem redivivum, quadratorem novum te amplectetur hæc ætas, agnoscent posteri, qui primus post Veteres novo epichiremate id opus tentaris & perfeceris; & propterea grato animo tuam memoriam recolent, cum tanto & tam amplo patrimonio mathematicam rempublicam à te auctam & locupletatam cogitabunt. Imò nos beabis, cum quadratores novos, qui è nido evolant crocitatores odiosi & molesti, nobis amplius molestos esse non sines. Est enim quoddam hominum genus insolita temeritate, & impudenti audacia, qui simul ac oculos Barbarico cœno infossos pauxillum mathematico sole

cla-

clariores habent, statim in circuli quadraturam tanquam materiam suis viribus aptam involant, atque ea quæ ex antiquo ignorantiæ cœno hausere, nobis tanquam maximè ratas sententias obtrudere conantur. Hinc tanta ψευδοτετραγωνιστῶν, omnibus ævis copia, neque enim hoc hominum genus demum χθὲς καὶ πρώην εἰς τοὺς ἀνθρώπους εἰσεφθάρη, vetus hoc malum est, & Veteribus quoque adgnitum. Atque ideo tanto impensiùs te rogo Clarissime *LANSBERGI*, ne ista diutius premas, neve antèactas tuas vigilias sinas interire, quod futurum fuisse scribis, nisi aliquando à nobis excitatus, & in antiquam palæstram penè reductus esses. Neque enim decet te Aspendium citharistam imitari, quem omnia intus canere dicebant, ut tu quoque tibi soli sapias; sed multo magis ut publicè prosis, & Belgici nominis claritatem nunc ad exteros, olim verò ad posteros propages. Vale Vir Clarissime, & affectum quo nos hactenus complexus es deinceps porro continuato. Lugduni Batavorum XI. Octobr. CIↃ IↃ CVII.

Tuus, tibique addictissimus

VVILLEBRORD. SNELLIVS R F.

Lectori benevolo S.

HAbes, Lector benevole, Cyclometrica nostra, jamdiu à nobis efflagitata; quæ si grata tibi esse cognovero, dabo operam vt Astronomica nostra, saltem pars eorum prima de motu diurno, annuo, menstruo, mox ad te perveniat. Vale bone Lector, & studijs nostris fave.

CYCLO-

CYCLOMETRIÆ

LIBER I.

De dimensione circuli ambitus.

I. *Cyclometria est pars Geometriæ quæ circulum benè metiri docet.*



QVOD magnus Archimedes κύκλου μέτρησιν appellat, nos una voce Cyclometriam dicimus. Pars est Geometriæ nobilissima in qua se exercuerunt præstantissimi Geometræ, prisco quidem seculo, *Bryso, Antipho, Hippocrates Chius, Dinostratus, Euclides, Archimedes Syracusanus, Appollonius Pergæus, Ptolemæus, Nicomedes, Pappus Alexandrinus, Sporus Nicenus, Philo Gadarenus, Eutocius Ascalonita, Boetius, Campanus*, & alij: nostro verò & Proavorum ævo, *Nicolaus Cusanus Cardinalis, Ioannes Regiomontanus, Orontius Delphinæus, Iacobus Peletarius*, multique post illos, quorum nomina referre non est opus. Cæterum etsi inter omnes quos dixi magnus Archimedes Cyclometricum negotium maximè promoverit, haud satis tamen elaboratam fuisse ipsius Cyclometriam, quotquot cum celebres Geometræ sequuti sunt, ad unum omnes iudicarunt. Hinc factum est, quod qui post ipsius tempora ingenio & Mathesios scientia insignes fuerunt, vires omnes intenderint, vt Cyclometriam Archimedæa ἀκριβεστέραν darent. Ego verò etsi minimus sim omnium quos dixi, audeo tamen in Cyclometricam arenam descendere, & polliceri, Cyclometriam quam nunc profero in lucem, Veritati & Geometriæ principijs magis esse consentaneam,

Ambitus circuli dimensio vel Geometricè instituitur, vel Arithmeticè. Si Geometricè, oportet rectam lineam describere circuli propositi peripheriæ æqualem, vel rectæ datæ æqualem circuli peripheriam. Sin Arithmeticè, definienda est ratio, quam inter se habent peripheria data & diameter. Archimedes vtrumque facere conatus est. Nam 18. περὶ ἑλίκων rectam lineam ducere instituit circuli dati peripheriæ æqualem. Secunda verò propositione περὶ κύκλυ μετρήσιος, cuiuslibet circuli peripheriæ rationem ad diametrum definire tentat. Quare & nobis utrumque est præstandum.

4. *Si peripheriæ sinus aut tangens, ad dimidiæ peripheriæ sinum aut tangentem fuerit, vt peripheria ad peripheriam dimidiam, peripheria, sinus, tangens, inter se æquales erunt.*

Sinus & tangentes peripherijs æquales voco, non qui absolutè æquales sunt, sed qui æqualitatem habent, saltem in dato circulo, vel circulis dato circulo minoribus. Absolutè enim nullus sinus aut tangens peripheriæ suę est æqualis. Nam quia omnis inscripta minor est sua peripheria, & circumscripta omnis maior, oportet etiam semisses inscriptarum, id est sinus peripherijs suis esse minores; & circumscriptarum semisses, hoc est tangentes ijsdem maiores. Hipotheticè verò sinus & tangens arcui suo æqualis est, quando eorum discrimen nullum ostendi potest in dato circulo. Nam vt acutissimus Geometrarum nostri seculi *Nicolaus Copernicus* annotavit lib. Revolut. 1. cap. 12. problemate ultimo, inscriptæ, adeoque & sinus & tangentes, per continuam bisectionem peripheriarum tendunt ad æqualitatem, tandemque ad extremum circuli contactum æquales fiunt acsi una linea essent.

Dico igitur peripheriam, sinum, tangentem esse inter se æquales, si

peripherię ſinus vel tangens ſit ad ſinum vel tangentem peripheriæ dimidiæ, vt peripheria ad periphariam dimidiã. Nam ſi inæquales eſſent, etiam per demõſtrata Ptolemæi libro μεγάλ. συντάξ. 1. cap. 9. eſſent diſproportionales. Atqui ex hypotheſi proportionales ſunt, ergo etiam inæquales. Nam proportionem hîc ſemper ſequitur æqualitas, & inæqualitas diſproportionem. Illuſtre, exemplum ſubminiſtrat Canon Sinuum & Tangentium in peripherijs grad. o. 16, & grad. o. ′5. Illius enim & ſinum & tangentem eundem exhibet particul. 29088, huius verò particul. 14544, in menſura radij 10000000.

Sunt autem hi ſinus & tangentes peripherijs ſuis primum proportionales. Nam peripheria grad. o 10, ſe habet ad peripheriam grad. o. ′5, vt ſinus vel tangens 29088, ad ſinum vel tangentem 14544.

Secundò ijdem ſinus tangentibus ſuis æquales ſunt. Nam peripheriæ grad. o. 1 ō, idem eſt ſinus & tangens particul. 29088; idemque eſt ſinus & tangens peripheriæ grad. o. ′5. particul. 14544.

Tertiò ij ipſi Sinus & Tangentes peripherijs ſuis æquales ſunt. Quia enim ſinus tangentibus ſuis æquales ſunt, oportet etiam peripherijs ſuis æquales eſſe, quæ tangentibus abſolutè ſunt minores. Item quia tangentes ſinibus æquales ſunt, neceſſe eſt peripherijs ſuis quoque æquales eſſe, quæ ſinibus ſuis abſolutè ſunt maiores. Itaque peripheria, ſinus, tangens, inter ſe æquales ſunt, cum peripheriæ ſinus vel tangens eſt ad ſinum vel tangentem, peripheriæ dimidiæ, vt peripheria ad peripheriam dimidiam. Quod erat demonſtrandum.

5. Si dati circuli quadrans per biſectionem in quotvis partes æquales dividatur, radiuſque erectus in partes æquales totidem; & a puncto diviſionis radij ultimo, per diviſionis quadrantis punctum ultimum recta ducatur in ultimi arcus tangentem; abſcindet

abſcindet hæc ex dicta tangente tangentem arcui quadrantis ultimo æqualem.

Hoc Theorema totius Cyclometriæ fundamentum continet. Quare perſpicuè explicari, accuratéque demonſtrari debet.

Datum itaque circulum appello, cuius radius in certa menſura datus eſt, puta 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, vel quacunque alia.

Vltimum arcum Quadrantis dico, qui peripheriæ Quadrantis, vel ſemel, vel quoties libet, biſectæ, eſt ultimus.

Denique rectam ultimo Quadrantis arcui æqualem dico, non quæ talis eſt in omni circulo, ſed ſaltem in dato.

Eſto jam in adiuncto ſchemate Quadrans circuli A B C D, cuius peripheria B C D & radius erectus A B biſecentur, ille in C, hic in E, ducaturque ab E biſectionis radij puncto, per C biſectionis Quadrantis punctum recta E C F in D G tangentem ultimi arcus D C. Dico E C F ſecantem abſcindere ex tangente D G, tangentem D F, æqualem ultimo quadrantis arcui D C.

Demonſtratio perſpicua erit ſi ſemiradius A E biſecetur in H, & D C ſemiquadrans in I, & ex puncto H per punctum I ducatur recta H I K in tangentem D G. Hæc enim quia tangentem D F abſciſſam biſecabit in K, erit D F ad D K, vt peripheria D C ad peripheriam dimidiam D I, adeoque per præmiſſum elementum, D F tangens abſciſſa, æqualis erit ultimo arcui D C, & illius ſemiſſis D K

huius ſemiſſi D I. Quorum veritas cum in numeris ſit maximè conſpicua, ſubijcio ſequentem calculum.

Sit A B radius particul. 10, vel 100 (libet enim metiri circulum, omnium qui dari poſſunt minimum) eritque A E ſemiradius particul. 50, & C D ſemiquadrans grad. 45, quorum B C D totus quadrans eſt 90. Demittatur quoque perpendicularis C L ex C termino arcus D C in radium A D; erit hæc ſinus rectus arcus D C particul. 70, qualium A D radius eſt 100, & A L vel E N ſinus complementi itidem particul. 70. Præterea ex E in tangentem D F ducatur recta E M parallela A D, quæ C L ſecet in N; tandemque

auferatur ex C L 70.
L N id eſt A E 50.

eritque reſidua N C 20.

Quoniam verò triangula E M F & E N C ſunt ſimilia, propter rectos angulos ad M & N, communem ad E, per 4^m Sext. Euclidis eſt,

Vt E N 70, ad N C 20, ita E M id eſt A D 100 ad M F $28\frac{6}{10}$ proxime. cui
ſi addas D M 50

componitur D F $78\frac{6}{10}$

D F itaque eſt particul. $78\frac{6}{10}$ qualium A B radius eſt 100. Definienda deinceps eſt quantitas D K in eadem menſura radij. Quia igitur A E eſt particul. 50, ſemiſſis eius A H eſt particul. 25. Item quoniam arcus C D eſt grad. 45, eius dimidius D I eſt grad. $22\frac{1}{2}$, eiuſque ſinus rectus I O particul. $38\frac{3}{10}$ in menſura radij 100, & complementi ſinns A O id eſt H Q $92\frac{4}{10}$

Subducatur verò & hic ex I O $38\frac{3}{10}$
Q O id eſt A H 25
reliqua erit Q I $13\frac{3}{10}$

Itaque per 4 Sexti Euclidis vt ſupra

Vt H Q $92\frac{4}{10}$ ad Q I $13\frac{3}{10}$, ita H P 100 ad P K $14\frac{4}{10}$. Cui ſi
addas D P 25
Componitur D K $39\frac{4}{10}$

Hinc autem manifestum est rectam H I K bisecare D F in K; Est enim

Vt D F $78\frac{6}{10}$ ad D K $39\frac{3}{10}$, ita D C arcus grad. 45 ad D I arcus grad. $22\frac{1}{2}$. Quare per præcedens elementum recta D F æqualis est arcui D C, & recta D K arcui D I, in quadrante A B D, cuius radius datus est particul. solummodo 100. Quod erat demonstrandum.

Et hæc quidem est Theorematis nostri demonstratio, adeo firma, vt nulla eius particula cum ratione possit convelli. Vt tamen ipsius veritas manifestior reddatur, subijcio plura exempla, ex quibus apparebit, quod in vno ostensum fuit, verum esse in omnibus.

Secundum exemplum ex magno

Canone Rhetici.

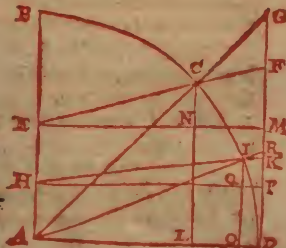
Retenta superiore diagrapha, esto radius AB particul. 1000000000, & A E pars eius vltima $\frac{1}{512}$, earumdem 1953125. Sit etiam arcus D C $\frac{1}{512}$ pars Quadrantis B C D, grad. 0. 10. 32. 48. 45, qualium B D Quadrans est 90. Detur quoque ex magno Canone Rhetici C L sinus rectus D C particul. 3067956, quarum radius A B est 1000000000, & complementi sinus E N 999995293.

Ablato primum ex C L 3067956
Vltima parte radij L N 1953125

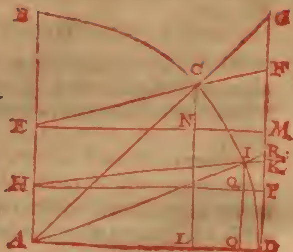
relinquitur N C 1114831

Vnde per 4. Sexti Euclidis
Vt EN 999995293 ad NC 1114831,
ita EM 1000000000 ad MF 1114836.
cui si addas vlt. part. rad. DM 1953125

Erit D F 3067961.



Bisera iam A E 1953125, & arcum D C grad. 0.10.32.48.45, erit AH 976562½ & D I grad. 0 5 16 24 22½, eiusque rectus sinus I O 1533980, & complementi H Q 999998823.



Porro & hic ex I O		1533980
subducatur	A H	976562½
reliqua erit	Q I	557417½

Quamobrem per 4ᵐ Sexti Euclidis

Vt H Q 999998823 ad Q I 557417½
ita H P 1000000000, ad P K 557418. Cui
si addas D P 976562½

Erit D K 1533980½.

Vnde iterum manifestũ est rectam H I K bisecare D F in K; est enim Vt D F 3067961 ad D K 1533980½ ita arcus D C ad arcum D I.

Quamobrem per præcedens elementum, D F est æqualis D C, & D K est æqualis D I. Quod erat ostendendum.

Cęterum ne quis existimet rem aliter se habere in radijs maioribus, addam unum atque alterum exemplum radiorum maiorum. Vtque ἐπιλογισμὸς expeditior sit, tum in sequentibus exemplis, tum in reliquis omnibus, præmitto tres Canones, quorum magnus est usus in Cyclometrico calculo.

Primus Canon continet continuas διχοτομίας radij vastissimi, viz. particularum.

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,0.

Exhibet autem hic Canon in ima parte, radij particulas; in sinistro margine bisectionis numerum, hoc est, quoties radius bisectus sit; in area communi, particulas vltimæ partis radij.

Canon

Canon continuæ διχοτομίας radij qui ponitur particularum.

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,0.

1	5
2	25
3	125
4	625
5	3125
6	1562,5
7	781,25
8	390,625
9	195,3125
10	97,65625
11	48,82812,5
12	24,41406,25
13	12,20703,125
14	6,10351,5625
15	3,05175,78125,
16	1,52587,89062,5
17	76293,94531,25
18	38146,97265,625
19	19073,48632,8125
20	9536,74316,40625,
21	4768,37158,20312,5
22	2384,18579,10156,25
23	1192,09289,55078,125
24	596,04644,77539,0625
25	298,02322,38769,53125,
26	149,01161,19384,76562,5
27	74,50580,59692,38281,25
28	37,25290,29846,19140,625
29	18,62645,24923,09570,3125
30	9,31322,57461,54785,15625,
	1 00000,00000, 00000, 00000,00000,00000,

Reliquum præcedentis Canonis.

31	4,65661,28730,77392,57812,5
32	2,32830,64365,38696,28906,25
33	1,16415,32182,69348,14453,125
34	58207,66091,34674,07226,5625
35	29103,82045,67237,03613,28125,
36	14451,91522,83668,51806,64062,5
37	7275,95761,41834,25903,32031,25
38	3637,97880,70917,12951,66015,625
39	1818,98940,35458,56475,83007,8125
40	909.49470,17729,28237,91503,90625,
41	454,74735,08864,64118,95751,95312,5
42	227,37367,54432,32059,47875,97656,25
43	113,68683,77216,16029,73937,98828,125
44	56,84341,88608,08014,86968,99414,0625
45	28,42170,94304,04007,43484,49707,03125
46	14,21085,47152,02003,71742,24853,515625
1	0000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,000000,

In exemplo, si detur radius particul. 100000,00000,00000,00000,00000,000, ultima pars radij est 37252,90298,46191,40625. numerētur enim in ima parte Canonis circuli 28, & à postremo circulo ascendatur directè ad numerum ultimum, erit hic numerus vltimus numerus postremæ partis radij, viz. 37252,90298,46191,40625. Numerus autem 28 in sinistro margine, vltimæ parti radij respondens, indicat quoties radius datus bisectus sit, nimirùm vicesies & octies.

Item si detur radius particul. 100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,0, vltima pars radij est, 14210,85471,52020,03717,42248,53515,625. Nam si & hic in ima parte Canonis, circuli 46 numerentur ab unitate radij, & ab ultimo circulo sursum ascendatur directè ad ultimum numerum, erit hic numerus ultimæ partis radij, numerusque 46 in sinistro Canonis margine, docet quoties radius sit bisectus, viz. quadragesies & sexies. Et hic quidem est primus Canon; sequitur alter.

Canon

Canon continuæ διχοτομίας *peripheriæ Quadrantis.*

1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536
17	131072
18	262144
19	524288
20	1048576
21	2097152
22	4194304
23	8388608
24	16777216
25	33554432

Hic Canon exhibet continuam biſectionem peripheriæ Quadrantis, à prima biſectione vſque ad quadrageſimã ſextã. Licet autem ex hoc Canone, vel uno intuitu cognoſcere quota pars Quadrãtis ſit ultimus arcus ex continua biſectione factus. Numerus enim in ſiniſtro margine oſtendit quoties datus quadrãs ſit biſectus : at qui in area ſe offert, docet quota pars Quadrantis ſit arcus à biſectione vltima factus.

In exemplo detur peripheriæ Quadrans, cuius radius ſit particul. 100000, 00000,00000,00000,00000, 000; Ex ſuperiori Canone conſtat (vti etiam ex numero circulorum radij) vltimam partem radij fieri ex biſectione ipſius radij, viceſies & octies continuata. Atqui & ultimus Quadrantis dati arcus fit ex biſectione Quadrantis toties continuata. Quare vt numerus 28 in præmiſſo Canone præbet partem vltimam radij ; ita in præſenti Canone vltimum arcum Quadrantis nimirum $\frac{1}{268435456}$. Qualium itaque peripheriæ datus Quadrans particularum eſt 268435456, Vltimus quadrantis arcus eſt vna particula.

Eodem modo vltimus arcus peripheriæ Quadrantis, cuius Radius ponitur

Ambitus circuli dimenſio vel Geometricè inſtituitur, vel Arithmeticè. Si Geometricè, oportet rectam lineam deſcribere circuli propoſiti peripheriæ æqualem, vel rectæ datæ æqualem circuli peripheriam. Sin Arithmeticè, definienda eſt ratio, quam inter ſe habent peripheria data & diameter. Archimedes vtrumque facere conatus eſt. Nam 18. περὶ ἑλίκων rectam lineam ducere inſtituit circuli dati peripheriæ æqualem. Secunda verò propoſitione περὶ κύκλου μετρήσιος, cuiuſlibet circuli peripheriæ rationem ad diametrum definire tentat. Quare & nobis utrumque eſt præſtandum.

4. *Si peripheriæ ſinus aut tangens, ad dimidiæ peripheriæ ſinum aut tangentem fuerit, vt peripheria ad peripheriam dimidiam, peripheria, ſinus, tangens, inter ſe æquales erunt.*

Sinus & tangentes peripherijs æquales voco, non qui abſolutè æquales ſunt, ſed qui æqualitatem habent, ſaltem in dato circulo, vel circulis dato circulo minoribus. Abſolutè enim nullus ſinus aut tangens peripheriæ ſuę eſt æqualis. Nam quia omnis inſcripta minor eſt ſua peripheria, & circumſcripta omnis maior, oportet etiam ſemiſſes inſcriptarum, id eſt ſinus peripherijs ſuis eſſe minores; & circumſcriptarum ſemiſſes, hoc eſt tangentes ijſdem maiores. Hipotheticè verò ſinus & tangens arcui ſuo æqualis eſt, quando eorum diſcrimen nullum oſtendi poteſt in dato circulo. Nam vt acutiſſimus Geometrarum noſtri ſeculi *Nicolaus Copernicus* annotavit lib. Revolut. 1. cap. 12. problemate ultimo, inſcriptæ, adeoque & ſinus & tangentes, per continuam biſectionem peripheriarum tendunt ad æqualitatem, tandemque ad extremum circuli contactum æquales fiunt acſi una linea eſſent.

Dico igitur peripheriam, ſinum, tangentem eſſe inter ſe æquales, ſi

peripherię ſinus vel tangens ſit ad ſinum vel tangentem peripheriæ dimidiæ, vt peripheria ad peripheriam dimidiã. Nam ſi inæquales eſſent, etiam per demõſtrata Ptolemæi libro μεγάλ. συντάξ. 1. cap. 9. eſſent diſproportionales. Atqui ex hypotheſi proportionales ſunt, ergo etiam inæquales. Nam proportionem hic ſemper ſequitur æqualitas, & inæqualitas diſproportionem. Illuſtre, exemplum ſubminiſtrat Canon Sinuum & Tangentium in peripherijs grad. o. 16, & grad. o. '5. Illius enim & ſinum & tangentem eundem exhibet particul. 29088, huius verò particul. 14544, in menſura radij 10000000.

Sunt autem hi ſinus & tangentes peripherijs ſuis primum proportionales. Nam peripheria grad. o 10, ſe habet ad peripheriam grad. o. '5, vt ſinus vel tangens 29088, ad ſinum vel tangentem 14544.

Secundò ijdem ſinus tangentibus ſuis æquales ſunt. Nam peripheriæ grad. o, 1 õ, idem eſt ſinus & tangens particul. 29088; idemque eſt ſinus & tangens peripheriæ grad. o. '5. particul. 14544.

Tertiò ij ipſi Sinus & Tangentes peripherijs ſuis æquales ſunt. Quia enim ſinus tangentibus ſuis æquales ſunt, oportet etiam peripherijs ſuis æquales eſſe, quæ tangentibus abſolutè ſunt minores. Item quia tangentes ſinibus æquales ſunt, neceſſe eſt peripherijs ſuis quoque æquales eſſe, quæ ſinibus ſuis abſolutè ſunt maiores. Itaque peripheria, ſinus, tangens, inter ſe æquales ſunt, cum peripheriæ ſinus vel tangens eſt ad ſinum vel tangentem, peripheriæ dimidiæ, vt peripheria ad peripheriam dimidiam. Quod erat demonſtrandum.

5. Si dati circuli quadrans per biſectionem in quotvis partes æquales dividatur, radiuſque erectus in partes æquales totidem; & a puncto diviſionis radij ultimo, per diviſionis quadrantis punctum ultimum recta ducatur in ultimi arcus tangentem; abſcindet

abſcindet hæc ex dicta tangente tangentem arcui quadrantis ultimo æqualem.

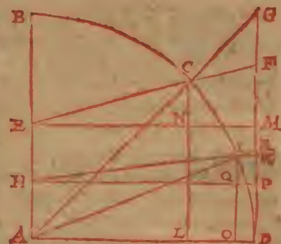
Hoc Theorema totius Cyclometriæ fundamentum continet. Quare perſpicuè explicari, accuratéque demonſtrari debet.

Datum itaque circulum appello, cuius radius in certa menſura datus eſt, puta 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, vel quacunque alia.

Vltimum arcum Quadrantis dico, qui peripheriæ Quadrantis, vel ſemel, vel quoties libet, biſectæ, eſt ultimus.

Denique rectam ultimo Quadrantis arcui æqualem dico, non quæ talis eſt in omni circulo, ſed ſaltem in dato.

Eſto jam in adiuncto ſchemate Quadrans circuli A B C D, cuius peripheria B C D & radius erectus A B biſecentur, ille in C, hic in E, ducaturque ab E biſectionis radij puncto, per C biſectionis Quadrantis punctum recta E C F in D G tangentem ultimi arcus D C. Dico E C F ſecantem abſcindere ex tangente D G, tangentem D F, æqualem ultimo quadrantis arcui D C.



Demonſtratio perſpicua erit ſi ſemiradius A E biſecetur in H, & D C ſemiquadrans in I, & ex puncto H per punctum I ducatur recta H I K in tangentem D G. Hæc enim quia tangentem D F abſciſſam biſecabit in K, erit D F ad D K, vt peripheria D C ad peripheriam dimidiam D I, adeoque per præmiſſum elementum, D F tangens abſciſſa, æqualis erit ultimo arcui D C, & illius ſemiſſis D K

 huius

huius ſemiſſi D I. Quorum veritas cum in numeris ſit maximè conſpicua, ſubijcio ſequentem calculum.

Sit A B radius particul. 10, vel 100 (libet enim metiri circulum, omnium qui dari poſſunt minimum) eritque A E ſemiradius particul. 50, & C D ſemiquadrans grad. 45, quorum B C D totus quadrans eſt 90. Demittatur quoque perpendicularis C L ex C termino arcus D C in radium A D; erit hæc ſinus rectus arcus D C particul. 70, qualium A D radius eſt 100, & A L vel E N ſinus complementi itidem particul. 70. Præterea ex E in tangentem D F ducatur recta E M parallela A D, quæ C L ſecet in N; tandemque

auferatur ex C L 70.
L N id eſt A E 50.

eritque reſidua N C 20.

Quoniam verò triangula E M F & E N C ſunt ſimilia, propter rectos angulos ad M & N, communem ad E, per 4^m Sext. Euclidis eſt, Vt EN 70, ad N C 20, ita EM id eſt AD 100 ad MF $28\frac{6}{10}$ proxime. cui
ſi addas DM 50

componitur D F $78\frac{6}{10}$

D F itaque eſt particul. $78\frac{6}{10}$ qualium A B radius eſt 100. Definienda deinceps eſt quantitas D K in eadem menſura radij. Quia igitur A E eſt particul. 50, ſemiſſis eius A H eſt particul. 25. Item quoniam arcus C D eſt grad. 45, eius dimidius D I eſt grad. $22\frac{1}{2}$, eiuſque ſinus rectus I O particul. $38\frac{2}{10}$ in menſura radij 100, & complementi ſinus A O id eſt H Q $92\frac{3}{10}$

Subducatur verò & hic ex I O $38\frac{2}{10}$
Q O id eſt A H 25

reliqua erit Q I $13\frac{2}{10}$

Itaque per 4 Sexti Euclidis vt ſupra
Vt H Q $92\frac{3}{10}$ ad Q I $13\frac{5}{10}$, ita H P 100 ad P K $14\frac{3}{10}$. Cui ſi
addas D P 25

Componitur D K $39\frac{3}{10}$

Hinc autem manifestum est rectam H I K bisecare D F in K; Est enim

Vt D F $78\frac{6}{11}$ ad D K $39\frac{3}{11}$, ita D C arcus grad. 45 ad D I arcus grad. $22\frac{1}{2}$. Quare per præcedens elementum recta D F æqualis est arcui D C, & recta D K arcui D I, in quadrante A B D, cuius radius datus est particul. solummodo 100. Quod erat demonstrandum.

Et hæc quidem est Theorematis nostri demonstratio, adeo firma, vt nulla eius particula cum ratione possit convelli. Vt tamen ipsius veritas manifestior reddatur, subijcio plura exempla, ex quibus apparebit, quod in vno ostensum fuit, verum esse in omnibus.

Secundum exemplum ex magno

Canone Rhetici.

Retenta superiore diagrapha, esto radius AB particul. 1000000000, & A E pars eius vltima $\frac{1}{512}$, earumdem 1953125. Sit etiam arcus D C $\frac{1}{512}$ pars Quadrantis B C D, grad. 0. 10. 32. 48. 45, qualium B D Quadrans est 90. Detur quoque ex magno Canone Rhetici C L sinus rectus D C particul. 3067956, quarum radius A B est 1000000000, & complementi sinus E N 999995293.

Ablato primum ex	C L	3067956
Vltima parte radij	L N	1953125
relinquitur	N C	1114831

Vnde per 4. Sexti Euclidis
Vt EN 999995293 ad NC 1114831,
ita EM 1000000000 ad MF 1114836.
cui si addas vlt. part. rad. DM 1953125

Erit D F 3067961

Bisera iam A E 1953125, & arcum D C grad. 0.10.32.48.45, erit A H 976562½ & D I grad. 0 5 16 24 22½, eiusque rectus sinus I O 1533980, & complementi H Q 999998823.

Porro & hic ex	I O	1533980
subducatur	A H	976562½
reliqua erit	Q I	557417½

Quamobrem per 4am Sexti Euclidis

Vt H Q	999998823	ad Q I	557417½	
ita H P	1000000000,	ad P K	557418.	Cui
	si addas	D P	976562½	
	Erit	D K	1533980½.	

Vnde iterum manifestũ est rectam H I K bisecare D F in K; est enim Vt D F 3067761 ad D K 1533980½ ita arcus D C ad arcum D I.

Quamobrem per præcedens elementum, D F est æqualis D C, & D K est æqualis D I. Quod erat ostendendum.

Cęterum ne quis existimet rem aliter se habere in radijs maioribus, addam unum atque alterum exemplum radiorum maiorum. Vtque ἐπιλογισμὸς expeditior sit, tum in sequentibus exemplis, tum in reliquis omnibus, præmitto tres Canones, quorum magnus est usus in Cyclometrico calculo.

Primus Canon continet continuas διχοτομίας radij vastissimi, viz. particularum.

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,0.

Exhibet autem hic Canon in ima parte, radij particulas; in sinistro margine bisectionis numerum, hoc est, quoties radius bisectus sit; in area communi, particulas vltimæ partis radij.

Canon continuæ διχοτομίας *radij qui ponitur particularum.*

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,0.

1	5
2	25
3	125
4	625
5	3125
6	1562,5
7	781,25
8	390,625
9	195,3125
10	97,65625
11	48,82812,5
12	24,41406,25
13	12,20703,125
14	6,10351,5625
15	3,05175,78125,
16	1,52587,89062,5
17	76293,94531,25
18	38146,97265,625
19	19073,48632,8125
20	9536,74316,40625,
21	4768,37158,20312,5
22	2384,18579,10156,25
23	1192,09289,55078,125
24	596,04644,77539,0625
25	298,02322,38769,53125,
26	149,01161,19384,76562,5
27	74,50580,59692,38281,25
28	37,25290,29846,19140,625
29	18,62645,24923,09570,3125
30	9,31322,57461,54785,15625,

1 00000,00000, 00000, 00000,00000,00000,

Reliquum præcedentis Canonis.

31	4,65661,28730,77392,57812,5
32	2,32830,64365,38696,28906,25
33	1,16415,32182,69348,14453,125
34	58207,66091,34674,07226,5625
35	29103,83045.67237,03613,28125,
36	14451,91522,83668,51806,64062,5
37	7275,95761,41834,25903,32031,25
38	3637,97880,70917,12951,66015,625
39	1818,98940,35458,56475,83007,8125
40	909.49470,17729.28237,91503,90625.
41	454,74735,08864,64118,95751.95312,5
42	227,37367,54432,32059,47875,97656,25
43	113,68683, 77216,16029,73937, 98828,125
44	56,84341,88608,08014,86968,99414,0625
45	28,42170,94304,04007,43484, 49707,03125
46	14, 21085,47152,02003,71742, 24853,515625
1	0000,00000, 00000,00000,00000,00000,00000,00000,000000,

In exemplo, si detur radius particul. 100000,00000,00000,00000, 00000,000, ultima pars radij est 37252,90298,46191,40625. numeretur enim in ima parte Canonis circuli 28, & à postremo circulo ascendatur directè ad numerum ultimum, erit hic numerus vltimus numerus postremæ partis radij, viz. 37252,90298,46191,40625. Numerus autem 28 in sinistro margine, vltimæ parti radij respondens, indicat quoties radius datus bisectus sit, nimirùm vicesies & octies.

Item si detur radius particul. 100000,00000,00000,00000,00000, 00000,00000,00000,00000,0, vltima pars radij est, 14210,85471, 52020,03717,42248,53515,625. Nam si & hic in ima parte Canonis, circuli 46 numerentur ab unitate radij, & ab ultimo circulo sursum ascendatur directè ad ultimum numerum, erit hic numerus ultimæ partis radij, numerusque 46 in sinistro Canonis margine, docet quoties radius sit bisectus, viz. quadragesies & sexies. Et hic quidem est primus Canon; sequitur alter.

Canon

Canon continuæ διχοτομίας *peripheriæ Quadrantis.*

1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536
17	131072
18	262144
19	524288
20	1048576
21	2097152
22	4194304
23	8388608
24	16777216
25	33554432

Hic Canon exhibet continuam biſectionem peripheriæ Quadrantis,à prima biſectione vſque ad quadrageſimã ſextã. Licet autem ex hoc Canone, vel uno intuitu cognoſcere quota pars Quadrãtis ſit ultimus arcus ex continua biſectione factus. Numerus enim in ſiniſtro margine oſtendit quoties datus quadrãs ſit biſectus : at qui in area ſe offert, docet quota pars Quadrantis ſit arcus à biſectione vltima factus.

In exemplo detur peripheriæ Quadrans, cuius radius ſit particul. 100000, 00000,00000,00000,00000,000; Ex ſuperiori Canone conſtat (vti etiam ex numero circulorum radij) vltimam partem radij fieri ex biſectione ipſius radij, viceſies & octies continuata. Atqui & ultimus Quadrantis dati arcus fit ex biſectione Quadrantis toties continuata. Quare vt numerus 28 in præmiſſo Canone præbet partem vltimam radij ; ita in præſenti Canone vltimum arcum Quadrantis nimirum $\frac{1}{268435456}$. Qualium itaque peripheriæ datus Quadrans particularum eſt 268435456, Vltimus quadrantis arcus eſt vna particula.

Eodem modo vltimus arcus peripheriæ Quadrantis, cuius Radius ponitur

Reliquum præcedentis Canonis.

26	67108864
27	134217728
28	268435456
29	536870912
30	1073741824
31	2147483648
32	4294967296
33	8589934592
34	17179869184
35	34359738368
36	68719476736
37	137438953472
38	274877906944
39	549755813888
40	1099511627776
41	2199023255552
42	4398046511104
43	8796093022208
44	17592186044416
45	35184372088832
46	70368744177664

particularum 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000000, ex præſenti Canone obtinetur $\frac{1}{70368744177664}$. Superior enim Canon (vti & numerus circulorum radij) docet biſectionem Radij quadrageſies & ſexies eſſe continuandam. At vt numerus 46 in præmiſſo Canone dat vltimam partem Radij; ita in præſenti Canone dat vltimum arcum Quadrantis, viz. $\frac{1}{70368744177664}$. Qualium itaque Quadrans circuli datus eſt particularum 70368744177664, arcus quadrantis vltimus eſt particula vna.

Tertius Canon continet ſubtenſas complementorum arcuum ad ſemicirculum, qui ex continua biſectione Quadrantis oriuntur, idque in menſura Radij vaſtiſſimi particul. 100000,00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000,00000,0. Quem Canonem ſumma induſtria, atque indefeſſo labore ſupputavit logiſtarum noſtri ſeculi Princeps *Ludolphus à Collen*, eundemq; abhinc octennium nobiſcum perhumaniter communicavit. Licet autem ex ſubtenſis iſtis, citra calculi moleſtiam ſupputare peripheriarum ſinus, quæ ex continua Quadranris biſectione proveniunt, in menſura radij 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000,00000, 00000,00000, 0000. ſaltem ad biſectionem Quadrantis 46^{m}. Tot enim ſubtenſas Canon exhibet; neque plures deſiderantur, reſpectu Canonum pręmiſſorum, qui

qua-

quadragesimam sextam Radij & Quadrantis bisectionem non transcendunt.

Ratio autem subtensarum hæc est. Prima subtensa est peripheriæ Quadrantis. Secunda differentiæ $\frac{1}{2}$ peripheriæ Quadrantis & semicirculi. Tertia differenriæ $\frac{1}{4}$ peripheriæ Quadrantis & semicirculi; atque ita deinceps vsque ad quadragesimam sextam, quæ est subtensa differentiæ $\frac{1}{70368744177664}$ peripheriæ Quadrantis & semicirculi.

Primæ autem subtensæ & Diametri differentiæ latus quadratum est subtensa $\frac{1}{2}$ peripheriæ Quadrantis; itaque semissis eius est sinus $\frac{1}{4}$ Quadrantis. Secundæ subtensæ & diametri differentiæ latus quadratum est subtensa $\frac{1}{4}$ peripheriæ Quadrantis, & semissis eius est sinus $\frac{1}{8}$ Quadrantis. Tertiæ subtensæ & Diametri differentiæ latus quadratum est subtensa $\frac{1}{8}$ peripheriæ Quadrantis, & semissis eius est sinus $\frac{1}{16}$ Quadrantis, atque ita deinceps. Vnde manifestum est quomodo ex Canone subtensarum cuiusvis arcus ultimi & complementi sui sinus investigandi sint. Primùm ex numero circulorum Radij dati, vel ex præmissis Canonibus colligendum est, quota quadrantis bisectio det ultimum quadrantis dati arcum. Deinde cum numero quoto ingredi oportet Subtensarum Canonem, & subtensam sumere quæ quoto numero respondet. Huius semissis est sinus complementi arcus ultimi dati. Latus verò quadratum differentiæ subtensæ immediatè præcedentis & Diametri, est sinus rectus ipsius arcus ultimi. Ecce autem Canonem ipsum.

D Canon

Canon subtensarum arcuum peripheriæ

Quadrantis continuè bisectæ.

PARTICVLÆ DIAMETRI.

200000000000000000000000000000000000000000000000000000000

1	14142135623730950488016887242096980785696718753769480 7
2	184775906502257351225636637879357657364483325172728497
3	196157056080646089825236447226847807394786746178667219
4	199036945334439377248967390621895984315094973745971412
5	199759091241034478542954320951820138888640722940922373
6	199939763739240844023153129933234439370012216251545928
7	199984940367828908184329298239276644870121293760443566
8	199996231056520228531398087545713543234783450188867018
9	1999990587619152343023160251400239799105975267244375308
10	1999997646903403819858051420343052058096535845779530078
11	1999999411725764438320456435477531354232527798698603203
12	1999999852931435702289462961414775713896402311377845532
13	1999999963232858587616693830805819429010152102485560705
14	19999999990808214625781943866279212297917788606378905647
15	1999999997702053655125346615589108216801074832388564246
16	1999999999425513413698827944437283552178178915836570505
17	1999999999856378353419550191767700980520960666219031603
18	1999999999964094588354565248295568214759278374992551601
19	1999999999991023647088621768345994648883029202930628122
20	1999999999999775591177215403310350507300769844382104521 9
21	199999999999999438977943038429589439168904036019000060414
22	199999999999999859744485759602479457473516421086293467729
23	199999999999999964936121439900312495473459750637897030419
24	199999999999999991234030359975058913312432477910669911536
25	199999999999999997808507589993763527668362340742051587894

Reliquum

Reliquum precedentis Canonis.

26	199999999999999452126897498440806875856474014516347312
27	199999999999999863031724374610197028886986555441481278
28	1999999999999999657579310936525489640919258920986399 53
29	1999999999999999914394827734131372227023676352051762
30	19999999999999999785987069335284304530553556795974925
31	19999999999999999946467673338321076061073491555741355
32	199999999999999999866241918334580269010795566786232066
33	199999999999999999966560479583645067252419341315139062
34	199999999999999999991640119895911266813087363429946077
35	199999999999999999997910029973977816703270748863809101
36	199999999999999999999477507493494454175817618966347436
37	199999999999999999999869376873373613543954400475986557
38	199999999999999999999967344218343403385988599852396620
39	199999999999999999999991836054585850846497149946436654
40	199999999999999999999997959013646462711624287485567757
41	199999999999999999999999489753411615677906071871326851
42	199999999999999999999999872438352903919476517967827644
43	199999999999999999999999968109588225979869129491956656
44	199999999999999999999999992027397056494967282372989148
45	199999999999999999999999998006849264123741820593247286
46	199999999999999999999999999501712316030935455148311821

Hic est Subtensarum Canon; ad cuius usum declarandum, addo unum atque alterum exemplum. Esto radius circuli Quadrantis dati particul. 100000,00000,00000,00000,00000,000, eiusque arcus ultimus ex secũdo Canone $\frac{1}{268435456}$ Quadrãtis, respondens bisectioni radij & Quadrantis 28^{a}, & numero circulorum radij. Ex Canone subtensarum datur subtensa 28ª partic. 199999,99999,99999,96575.79310,93652,548$\frac{9}{10}$ quarum diameter est 200000,00000,00000,00000,00000,00000,0000. Eius semissis 99999,99999,99999,98287 — est sinus complementi ultimi arcus.

Subten-

Subtenſa verò immediatè præcedens eſt particul. 199999, 99999, 99999, 86303, 17243, 74610, 196 $\frac{9}{10}$, Cuius & Diametri differentia eſt particul. 13696, 82756, 25389, 803 $\frac{1}{10}$, huiuſque latus quadratum particul. 11703, 34463, 41372, 77380, ſubtenſa eſt arcus dupli, Ergo huius ſemiſſis particul. 58516, 72317, 06863, 8690 eſt ſinus rectus arcus ultimi.

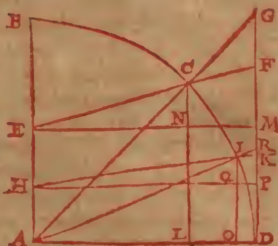
Aliud exemplum; ſit dati Quadrantis radius particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, eiuſque ultimus arcus ex ſecundo Canone $\frac{1}{35184372088832}$ Quadrantis, reſpondens biſectioni Quadrantis 45. & numero circulorum radij. Detur quoque 45 Subtenſa ex ſubtenſarum Canone particular. 199999, 99999, 99999, 99999, 99999, 98006, 84926, 41237, 41820, 59324, 7286, quarum Diameter eſt 200000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0000. huius ſemiſſis particul. 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 99003 eſt— ſinus complementi arcus ulumi. Subtenſa verò proxime præcedens eſt particul. 199999, 99999, 99999, 99999, 99999, 92027, 39705, 64949, 67282, 37298, 9148; cuius & Diametri differentia eſt particul. 79726, 02943, 50503, 27176, 27010, 852; & differentiæ latus quadratũ particul. 89289, 43354, 90200, 76626, 66856, 7129, eſt ſubtenſa arcus dupli. Ergo ſemiſſis huius 44644, 71677, 45104, 88313, 33428, 3564 eſt ſinus rectus arcus ultimi.

Et hi quidem Canones ſunt, quorum adminiculo, licet Theorematis noſtri veritatem experiri in Radijs maioribus. Nos autem contenti erimus duobus exemplis, nimirũ radij particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000, quo etiam Ludolphus à Collen vſus eſt, & radij particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, quo nos primum utemur.

Tertium

Tertium exemplum radij particul.

100000,00000,00000,00000,00000,000.



Repetatur præcedens diagramma, ſitque A B radius particul. 100000, 00000, 00000, 00000,00000,000, & A E vltima pars radij earundem 37252,90298,46191,40625 : Item D C arcus vltimus Quadrantis [illegible], & C L ipſius ſinus rectus in menſura Radij particul. 58516, 72317,06863,8690 —— & E N complementi ſinus earundem 99999, 99999,99999,9828 —
Subducatur primum ex ſinu

C L		585167231706863896o
L N		3725290298461914062 5
N C erit		2126382018606724627

Quare per 4^{m} Sexti Euclidis

Vt	E N	9999999999999999828	
ad	N C	2126382018606724627	
Ita	E M	10000000000000000000	
ad	M F	2126382018606724664.	Cui ſi
addas	D M	3725290298461914062 5	
Erit	D F	58516723170686387265	

Biſecentur porrò A E & arcus D C, eritque A H 1862645149230957031 25, Item D I [illegible] Quadrantis, eiuſque rectus ſinus I O 29258361585343193 60, & complementi ſinus H Q 999999999999 9999957 ——

Auferatur verò & hîc ex ſinu I O, 2925836158534319360
A H 18626451492309570312 5
reliqua erit Q I 1063191009303362328

Quare per 4^{m} Sexti Euclidis

Vt H Q 9999995999999999999571
ad Q I 1063191009303362328
Ita H P 10000000000000000000
ad P K 1063191009303362332. Cui si
addas D P 1862645149230957703125
Erit D K 2925836158534319363 25.

Itaque & hîc recta H I K bisecat D F in K. Est enim

Vt D F 5851672317068638726 5,
ad D K 2925836158534319363 25
Ita arcus D C ad arcum D I.

Quare per elementum præmissum D F est æqualis DC, & D K est æqualis D I. Quod erat ostendendum.

Postremum exemplum radij particularum

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000.

Retineatur & hic schema præmissum, sitque A B radius particul. 100000,00000,00000, 00000, 00000,00000,00000,00000,00000, & AE pars radij vltima earundẽ 28421, 70943,04040,07434,84497,07031, 25; item D C vltimus arcus Quadrantis $\frac{1}{35184372088832}$, eiusque sinus rectus C L in mensura Radij part. 44644,71677,45104,88313,33428, 3564; & complementi E N 99999, 99999,99999,99999,99999,9900.

Auferatur primùm ex sinu

C L 44644716774510488313334283564
L N 2842170943040400743484497070312 5
relinquitur N C 16223007344106480878489312860

Itaque

Itaque per 4 Sexti Euclidis

Vt EN 999999999999999999999999999900
ad NC 16223007344006480878489312860
Ita EM 1000000000000000000000000000000
ad MF 16223007344106480878489312876. Cui si
addas DM 28421709430404007434844970703125

Erit DF 44644716774510488313334283579125.

Divide verò AE & arcum DC in partes duas æquales, erit AH particular. 14210, 85471, 52020, 03717, 42248, 53515, 625; item DI $\frac{1}{70368744177664}$ Quadrantis, eiusque sinus rectus IO 22322, 35838, 72552, 44156, 66714, 1787$\frac{1}{16}$, & complementi sinus HQ 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 9975.

Subducatur verò & hic ex sinu

IO 22322358387255244156667141787$\frac{1}{16}$
AH 142108547152020037174224853515625

reliqua erit QI 8111503672053240439244656436

Quamobrem per 4 Sexti Euclidis

Vt HQ 99999999999999999999999999975
ad QI 8111503672053240439244656436
Ita HP 100000000000000000000000000000
ad PK 8111503672053240439244656438. Cui
si addas DP 142108547152020037174224853515625

Erit DK 223223583872552441566671417895625.

Ergo & hic recta HIK bisecat DF in K. Est enim

Vt DF 44644716774510488313334283579125
ad DK 223223583872552441566671417895625

Ita arcus DC ad arcum DI.

Quare per præcedens elementum DF est æqualis DC, & DK est æqualis DI. Quod erat demonstrandum.

Atque ita Theorematis nostri veritas luculenter demonstrata est. Sequuntur iam porismata, quæ ex Theoremate haud aliter quam rivuli ex fonte suo derivantur: Ex quibus de præstantia atque utilitate

ipſius Theorematis iudicare promptum erit; Imprimis de multiplici uſu Tangentis abſciſſæ, quę vera eſt τετραγωνίζουσα veterumq́; τετραγωνιζουσῶν, totiuſq́; Cyclometriæ fundamentũ unicum. Enimverò hæc ipſa linea cum peripheria ſua affinitatem habet tantam, vt ſi ambitioſæ & rectæ diſcrimen excipias, altera alterius naturam induiſſe videatur. Vt enim peripheria C D maior eſt ſinu ſuo C L, & minor tangente ſua D G; ita etiam tangens abſciſſa D F, maior eſt eodem ſinu C L, & minor tangente D G: idque etiam ita eſt cum peripheria D C, & pars radij A E continuè biſecantur.

Secundò vt peripheria C D eodem modo ſe habet ad peripheriam dimidiam D I, quo pars radij A E ad partem dimidiam A H; ita etiam tangens abſciſſa D F ſe habet ad tangentem abſciſſam D K, vt pars radij A E, ad partem dimidiam A H: & ſic quoque eſt in continuis peripheriæ D C, & partis radij A E biſegmentis. Itaque non eſt dubium quin altera alteri æqualis ſit, ſaltem in dato circulo: nam ſi inæquales eſſent, nequaquam hæc fierent quæ diximus.

Etſi verò etiam ſinus & tangentes circa circuli contactum peripherijs ſuis ſint æquales in dato circulo, quemadmodum 4° Theoremate oſtendimus, magnum tamen eſt inter hos, & tangentem abſciſſam diſcrimen. Nam tangens abſciſſa peripheriæ naturam prorſus refert, vt modo probavimus: ſinus autem & tangentes referre eam nunquam poſſunt, quia omnis ſinus abſolutè perepheria ſua ſemper eſt minor, & omnis tangens maior.

Secundò quoniam Sinus & Tangentes ad circuli contactum peripherijs ſuis primùm æquales evadunt in dato circulo, uſum quidem habent in circuli dimenſione quæ fit per numeros, non autem in illa quæ abſolvitur per lineas: ratio eſt, quod eiuſmodi ſinum aut tangentem peripheriæ ſuæ adſcribere non liceat. Contra quia tangens abſciſſa, peripheriæ naturam refert, etiam tunc cum quadrantis dimidij interuallo à puncto contactus diſtat, non modò utrique dimenſioni apta eſt, ſed multò ante diametri & peripheriæ rationem in numeris exhibet, quàm ſinus aut tangens.

Verùm quia hæc aliaque quæ huc faciunt, ex Theorematis noſtri poriſmatibus maximè erunt perſpicua, ſubijcio poriſmata ipſa.

PORIS-

PORISMA I.

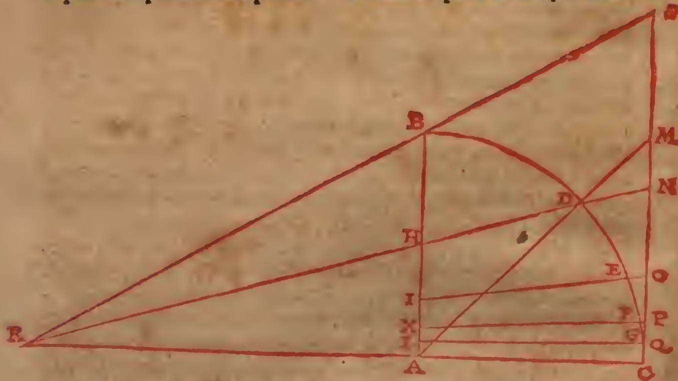
Hinc licet primò cuiuſcunque circuli propoſiti peripheriæ æqualem rectam deſcribere. Quarta enim proportionalis radij parti ultimæ, tangentique abſciſſæ & radio, eſt æqualis circuli propoſiti quadranti, & ipſius quadrupla toti circulo.

Hic primus eſt uſus tangentis abſciſſæ, viz. quod ipſius beneficio cuivis circulo propoſito æqualis recta deſcribatur. Cuius Problematis κατασκευὴ à veteribus diu multumque eſt quæſita, nunquam inventa. Dinoſtratus enim huic fini excogitaverat τετραγωνίζουσαν & Archimedes ordinatam ἕλικα vtramque tamen lineam inutilem, quod ex ipſorum principijs deſcribi non poſſet. De Dinoſtratæa linea res nota eſt ex Sporo, Pappo, atque alijs; & à nobis infra, volente Deo, demonſtrabitur.

At de Archimedæa conſtabit, ſi δοκιμασία inſtituatur per numeros. Nam ſi radius circuli, in quo prima helicis converſio abſolvitur ſtatuatur particul. 100000, recta eidem peripheriæ æqualis, erit particul. 628318$\frac{1}{2}$, vti ſuo loco oſtendetur. Cùm verò per 18^{m} Archimedis περὶ ἑλίκων recta terminum volutæ contingens, abſcindat ab infinita, quæ ex circuli centro per primum quadrantis terminum ducitur, rectam eidem circulo æqualem; neceſſe eſt eandem lineam abſciſſam eſſe earundem particul. 628318$\frac{1}{2}$, angulumque quem linea abſciſſa ſubtendit, ex Canone Tangentium grad. 80 57 25. Iam ſi ex Archimedæis principijs recta ſit deſcribenda circuli propoſiti peripheriæ æqualis, oportet contingentem ita ducere, vt abſciſſa hunc ipſum angulum exactè ſubtendat. Nam ſi angulum ſubtendat uno tantum primo ſcrupulo minorem, abſciſſa linea erit particul. 626654 multo minor iuſta: ſin angulum ſubtendat uno ſcrupulo maiorem, eadem particul. erit 629006, iuſta multò maior. Atqui cùm ex Archime-

chimedæis principijs, contingens sic duci nequeat vt dictum angulum exactè subtendat, utique nec recta per eam obtineri potest, propositæ peripheriæ æqualis.

Nos itaque primi aperimus viam cuicunque circulo proposito, æqualem rectam describendi. Vetus enim illa, quæ utitur ratione diametri & peripheriæ tripla & sesquiseptima, nec veritatis suæ munimentum habet à se, nec omni circulo proposito convenit, sed tantum omnium qui dari possunt minimo. Nostra econtra & robur veritatis à se accipit, & cuivis circulo proposito dimetiendo apta est; Itaque ea ipsa est quæ tot seculis, totque à Geometris summo studio ac labore quæsita fuit, & nunc primùm, summo Dei beneficio est inventa, & præmisso porismate expressa. Est autem ipsius ἀπόδειξις hæc.



Esto circuli propositi quadrans A B C, cuius peripheria B C bisecetur in D, radiusque A B in H: & à puncto bisectionis radij H per bisectionis punctum Quadrantis D ducatur recta H D N in tangentem Quadrantis dimidij D M, quæ ex tangente C M abscindat tangentem C N. Dico quartam proportionalem ultimæ parti radij A H, tangenti abscissæ C N, & radio A B, æqualem esse quadranti A B, si

AB, si radius ponatur particul. duntaxat 10, vel 100, vtpote circuli omnium minimi. Nam per demonstrata Pappi est, Vt A H vltima pars radij ad D C ultimum arcum Quadrantis, ita A B radius ad B C Quadrantem. Quoniam autem per Theorema præmissum tangens abcissa C N est æqualis ultimo arcui D C; Per 7 Quinti Euclidis est, Vt A H vltima pars radij ad C N tangentem abscissam vltimo arcui Quadrantis æqualem, ita A B radius, ad quartam proportionalem, Quadranti B C æqualem. Inventâ igitur quarta proportionali vltimæ parti radij A H, tangenti abscissæ C N & radio A B, inventa quoque est recta circuli propositi Quadranti B C ęqualis, quæ postulatur.

Invenitur autem ea promptè, si recta H D N, & radius A C continuentur, dum sese intersecent in R; & ex R per B terminum radij A B recta R B S ducatur in tangentem C S. Tunc enim per 10.^{m} Sexti secatur tangens C S eodem modo in N, vt radius A B in H, adeoque A H A B sunt proportionales C N C S & per mutando, A H C N, proportionales sunt A B C S. Itaque Tangens C S est quarta proportionalis vltimæ parti radij A H, tangenti abscissæ C N, & radio A B; eademque est æqualis Quadranti B C, & ipsius quadrupla toti circulo. Descripta igitur est recta æqualis circulo proposito. Quod erat faciendum.

Quod si verò proponatur circulus maior, continuare oportet peripheriæ Quadrantis & radij bisectionem, pro circuli dati magnitudine, atque vltimo arcui æqualem tangentem abscindere, & in cæteris procedere vt supra; ita enim licebit cuivis circulo proposito æqualem rectam describere, In exemplo, cùm circulus proponitur minimus, quadrans ipsius B C, & radius A B, in duas quatuorve partes æquales secantur, vltimoque arcui C D vel C E æqualis abscinditur tangens C N, vel C O, atque ita datur C S, æqualis quadranti B C, cum ratione diametri & peripheriæ Archimedæa, tripla & sesquiseptima, quę minimo circulo mensurando sufficit, non autem maioribus. Verùm si circulus proponatur minimo paulò maior, oportet ipsius quadrantem & radium dividere in partes æquales octo, vltimoque arcui C F abscindere æqualem tangentem C P; sic enim datur C S

ęqua-

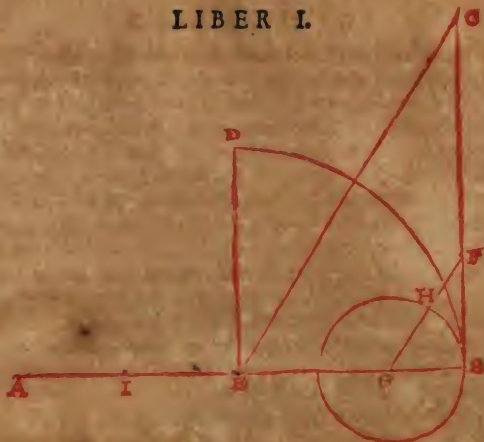
æqualis Quadranti B C, cum ratione diametri & peripheriæ Ptolemaica, quæ media eſt inter triplam ſeſquiſeptimam,& triplã ſuper partientem decem ſeptuageſimas primas. Quod ſi verò & hoc circulo proponatur paulò maior, ipſius quadrans BC & radius AB dividendi ſunt in partes æquales ſexdecim, vltimoque arcui C G, æqualis tangens abſcindenda C Q, hinc enim datur C S æqualis Quadranti B C, cum ratione diametri & peripheriæ ut 10000 ad 31416; qua Viri magni *Georgius Purbacchius*, & *Franciſcus Vieta* ſunt uſi. Licet autem biſectionem peripheriæ Quadrantis & radij hoc modo continuare quoties libet, adeoque cuivis circulo propoſito æqualem rectam ducere. Cuius problematis conſtructio, iam totos bis mille & ſexingentos annos à Magnis Viris quæſita, à nobis primùm, Dei Opt. Max. beneficio, inventa, iam in omnium conſpectum ſiſtitur.

PORISMA II.

Secundò cuivis rectæ datæ deſcribi poteſt æqualis circuli peripheria, ſi prius circuli cuiuſvis quadrãti æqualis recta deſcripta fuerit. Quarta enim proportionalis huic rectæ, radioque circuli, & rectæ datæ quadranti, eſt radius circuli poſtulati.

Hoc poriſma eſt ſuperioris converſum, roburque etiam ſuum à ſuperiore accipit, vti ſequens demonſtratio docet. Sit enim recta A B data, cui æqualem circuli peripheriam deſcribere oporteat; ſitque prius cuiuſvis circuli Quadranti deſcripta æqualis recta, per poriſma præcedens; exempli gratia in noſtro Diagrammate, recta B C æqualis Quadranti D B. Dico quartam proportionalem rectæ B C, radio E B, & A I (quę eſt quarta pars datæ A B) eſſe radium circuli poſtulati. Nam per

demon-



demonstrata Pappi est, ut B C recta Quadranti D B æqualis, ad E B ipsius radium; ita A I (quarta pars A B datæ) æqualis circuli postulati quadranti, ad ipsius radium. Inventa igitur quarta proportionali rectæ B C, radio A B, & A I quartæ parti ipsius A B datæ, obtinetur radius circuli ipsi A B datæ æqualis.

Quarta autem proportionalis dicta promptè invenitur, si ex B C abscindatur B F, æqualis A I, rectæque E C parallela ducatur G F. Quia enim triangula E B C & G B F ex fabrica sunt similia, per 4^m^ sexti est,

Vt B C ad E B, ita B F ad G B.

Itaque G B est quarta proportionalis B C, E B, & B F; eademque est radius circuli H B A rectæ A B datæ æqualis. Quamobrem rectę A B datæ descriptus est circulus H B H æqualis. Quod erat faciendum.

PORISMA III.

Tertiò cuiuſlibet circuli perimeter dari poteſt in data menſura diametri. Nam vt ſinus rectus complementi ultimi arcus eſt ad differentiam ſinus recti eiuſdem arcus & ultimæ partis radij; ita radius ad differentiam perimetri arcus ultimi, & ultimæ partis radij, quæ cum ultima parte radij, componit perimetrum arcus ultimi. Sed vt ultima pars radij eſt ad perimetrum arcus ultimi, ita radius ad Quadrantis circuli dati perimetrum. Ergo huius quadruplus eſt dati circuli perimeter.

Expoſita Dimenſione circuli Geometrica quæ fit per lineas, ſequitur Arithmetica quæ abſolvitur calculo. Huius ſummam complexiſumus præcedente poriſmate, cuius partes ſunt duæ. Prima calculum proponit perimetri arcus ultimi; Altera Quadrantis perimetri: Vtriuſque fundamentum ex ſequenti demonſtratione manifeſtum eſt. Repetatur diagramma, quo ſupra in demonſtratione Theorematis vſi ſumus; ſitque B C D quadrans circuli, cuius radius ſit datus particul. 100. Quæritur eiuſdem perimeter in data menſura radij. Quia radius A B eſt particul. 100, A H ipſius Quadrans ex fabrica eſt particul. 25: item arcus D I, quarta pars Quadrantis B C D part. 90, eſt earundem 22$\frac{1}{2}$; eiuſque

ſinus

ſinus rectus I O particul. $38\frac{2}{10}$ qualium A B eſt 100; & complementi H Q earundem $92\frac{3}{10}$. Ergo I Q differentia ſinus I O, $38\frac{2}{10}$, & Q O vltimæ partis radij 25 eſt $13\frac{2}{10}$. Hinc datur ex præmiſſo Theoremate D K, perimeter arcus ultimi D I, particul. $39\frac{3}{10}$. Nam vt H Q ſinus cōplementi arcus ultimi D I particul. $92\frac{3}{10}$ ad I Q $13\frac{2}{10}$ differentiam ſinus I O & vltimæ partis radij O Q; ita H P 100 ad D K $14\frac{3}{10}$ differentiam perimetri ultimi arcus D K, & ultimæ partis radij D P; quæ cum ultima parte radij D P 25 componit D K perimetrum arcus ultimi $39\frac{3}{10}$.

Atqui per 15 Quinti Euclidis,

Vt A H vltima pars radij 25 ſe habet ad D K perimetrum arcus ultimi $39\frac{3}{10}$, ita A B radius 100 ad perimetrum Quadrantis B C D $157\frac{2}{10}$ cuius duplus $314\frac{4}{10}$ eſt perimeter ſemicirculi, puta ſi radius ſit particul. 100; vel circuli perimeter, ſi radius ſit particul. 50.

Atque hæc eſt illa diametri & peripheriæ ratio tripla & ſeſquiſeptima, qua Euclides ſeptuaginta quinque annis ante Archimedem uſus eſt; quamque Archimedes duplici, eaq́ue operoſa demonſtratione comprobavit. Nam per regulam auream eſt

Vt 100 ad $314\frac{4}{10}$, ita 7 ad 22.

Quę ipſa quoque invenitur ex prima biſectione Quadrantis BCD in C, & radij A B in E. Tunc enim D F eſt perimeter vltimi arcus D C. Atqui iam ante in primo Theorematis noſtri exemplo oſtendimus perimetrum D F eſſe particul. $78\frac{6}{10}$ fere, quarum A B radius eſt 100; itaque perimeter dupli arcus, id eſt quadrantis B C D eſt earundem $157\frac{2}{10}$, omnibus modis vt ſupra.

Cæterum quia iſta diametri & peripheriæ ratio, non convenit omnibus circulis, ſed tantum minoribus, ſubijcio exempla circulorum maiorum; ex quibus apparebit, quod de minoribus iam demonſtratum eſt, verum eſſe in maioribus omnibus, etiam in vaſtiſſimis.

Secundum exemplum radij particul. 1000.



Repetatur præcedens diagramma, in quo radius A B sit particul 1000: & A H vltima pars radij earundem 125, nimirum pars radij octava, & D I vltimus arcus grad. 11 15; eiusq; sinus rectus I O ex Canone Sinuum particul. 1950, & complementi H Q 9807, qualium A B radius est 10000 (augemus enim radium datum uno circulo, vt sinus dicti accuratiùs habeantur quod etiam in præmissis exemplis fecimus.) Itaque I Q differentia sinus I O, & ultimæ partis radij Q O est 700. Hinc iam est ex præcedente Theoremate,

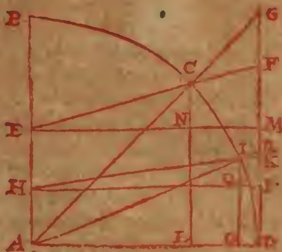
Vt H Q sinus rectus complementi vltimi arcus 9807, ad differentiam I Q 700, ita H P 10000 ad K P $713\frac{7}{18}$ differentiam perimetri vltimi arcus D K, & vltimæ partis radij D P; Quæ cum ultima parte radij D P 125, componit perimetrum arcus ultimi D K $1963\frac{7}{18}$.

At per 1.^{m} Quinti Euclidis

Vt A H ultima pars radij 125, est ad D K perimetrum arcus ultimi $1963\frac{7}{18}$, ita A B radius 1000, ad perimetrum Quadrantis B C D $1570\frac{7}{15}$: Cuius duplus est perimeter semicirculi, & quadruplus circuli perimeter. Itaque semicirculi perimeter est particul $3141\frac{8}{18}$ quarum radius ponitur 1000. Vel si diameter ponatur particul. 1000, circuli perimeter est earundem $3141\frac{8}{18}$. Ratio autem diametri 1000, ad perimetrum $3141\frac{8}{18}$ est media inter triplam sesquiseptimam, & triplam superpartientem decem septuagesimas primas. Quam Ptolemæus accuratiorem esse testatur, ratione triplâ sesquiseptimâ, qua Euclides & Archimedes vsi sunt. Vide μεγάλ συντάξ. librum VI cap. VII.

Verùm quia & hæc ratio tantùm deservit circulis, quorum diametri in particulas 1000 commodè dividuntur, non autem maioribus, subijcio tertium exemplum radij particul. 10000.

Tertium exemplum radij particul. 10000.



Manenre superiore diagrapha; sit A H ultima pars radij $\frac{1}{16}$, adeoque particul. 625, quarum A B radius est 10000: item D I vltimus arcus quadrantis, sit $\frac{1}{16}$; eiusque sinus rectus I O ex Canone Sinuum particul. 9801, & complementi H Q 99518: qualium A B ponitur 100000: Denique I Q differentia sinus I O & ultimæ partis radij Q O particularum 3551. Hinc datur D K perimeter ultimi arcus D I 9818. Nam per præmissum Theorema

Vt se habet H Q sinus complementi arcus ultimi 99518, ad differentiam I Q 3551, ita H P 100000 ad K P 3568, differentiam perimetri ultimi arcus D K, & ultimæ partis radij D P, Quæ cum ultima parte radij D P conficit ultimi arcus perimetrum D K 9818.

At per 15 Quinti Euclidis,

Vt A H ultima pars radij 625, ad D K perimetrum arcus ultimi 9818 ita A B radius 1000 ad perimetrum Quadrantis B C D 1570$\frac{8}{16}$. Cuius duplus 31416 proximè, est perimeter semicirculi, & quadruplus perimeter circuli.

At si diameter propositi circuli statuatur particul. 10000, perimeter ipsius est 31416. Quæ ratio accuratior est illa quam Ptolemæus prodidit, Vt 1 ad 3. 8. 30, hoc est vt 10000 ad 31418. Vt non sine causa eandem proposuerit Magnus Vir *Georgius Purbachius* in tractatu suo de Sinibus; & Illustris Vir *Franciscus Vieta* eadem vsus sit in describenda recta circuli dati peripheriæ æquali.

At quoniam nec hæc mensurandis circulis maioribus sufficit, addimus quartum exemplum ex magno Canone Rhetici, Radij scz. particul. 10000000000.

Quar-

Quartum exemplum radij particul. 10000000000.

Sit itaque in eodem ſchemate radius A B particul. 10000000000, & A H $\frac{1}{1024}$ pars radij earundem 9765625; item I D vltimus arcus Quadrantis $\frac{1}{1024}$; eiuſque ſinus rectus I O 15339801 $\frac{1}{3}$ in menſura radij particul. 10000000000; & complementi 9999882341 $\frac{1}{3}$. Denique ſinus recti I O, & ultimæ partis radij Q O differentia I Q, particul. 5574176 $\frac{1}{3}$. His datis, per præmiſſum Theorema eſt.

Vt H Q ſinus rectus complementi ultimi arcus 9999882341 $\frac{1}{3}$ ad I Q differentiã ſinus recti ultimi arcus, & ultimę partis radij 5574176 $\frac{1}{3}$, ita H P radius 10000000000 ad K P 557418 3, differentiam perimetri arcus ultimi D K, & ultimæ partis radij D P. Quæ differentia ſi ad vltimam partem radij D P adijciatur, componitur D K 15339808 perimeter ultimi arcus D I. At per 15 Quinti Euclidis.

Vt A H vltima pars radij 9765625 eſt ad D K vltimi arcus perimetrum 15339808; ita A B radius 10000000 ad perimetrum Quadrantis B C D 15707963 $\frac{7}{10}$. Cuius duplus 31415926 $\frac{6}{10}$ eſt perimeter ſemicirculi.



Verùm ſi diameter ponatur particul. 10000000, circuli perimeter eſt 31415926 $\frac{6}{10}$. Quę diametri & perimetri ratio, accuratiſſima eſt omnium quæ ex magno Canone Triangulorum deducuntur. Ex hypotheſi enim radij particul. 10000000000, (quem idem Canon ſupponit) perimetrum dare licet qui reſpondeat radio particul. 10000000, non autem radio part. 10000000000. Nam cùm ratio radij ad perimetrum quadrantis colligatur ex ratione partis radij ultimæ ad perimetrum arcus ultimi; perimeter autem arcus ultimi tribus ſaltem notis, à radij dati notis deficiat; oportet etiam quadrantis perimetrum totidem notis à radij notis deficere, vt conſequentes

quentes magnitudines, antecedentibus (& quidem ἀλόγοις) respondeant. Quamobrem vt hîc, ita etiam in reliquis exemplis omnibus, numero notarum perimetri arcus ultimi, semper quadrantis perimetri notarum numerus æqualis est ponendus; ita enim ratio radij ad perimetrum quadrantis, respondebit exactè rationi vltimæ partis radij ad ultimi arcus perimetrum.

At quia nec hæc diametri & peripheriæ ratio, maioribus circulis convenit, adijcio quintum exemplum radij particul. 100000,00000, 00000,00000,000.

Quintum exemplum radij particul.

100000,00000,00000,00000,00000,000.

Repetatur precedens figura, ponaturque A B radius partic. 100000, 00000,00000,00000,000; erit A H vltima pars radij earundem 37252, 90298,46191,4062 $\frac{1}{2}$; item D I ultimus Quadrantis arcus $\frac{1}{268435456}$; & I O eiusdem sinus rectus in mensura radij particul. 58516,72317,06863 869 — & H Q complementi sinus earundē 99999,99999,99999,9828– tandemque sinus recti I O & ultimæ partis radij Q O differentia I Q, particul. 21263,82018,60672,4627. Hinc per præmissum Theorema est.

Vt H Q sinus rectus complementi ultimi arcus 99999,99999,999 99,9828— ad I Q differentiam 21263,82018,60672,4627, ita H P radius 100000,00000,00000,0000, ad K P 21263,82018,60672,4664 differentiam perimetri arcus ultimi D I, & ultimæ partis radij D P. Quæ differentia cum ultima parte radij, componit D K 58516,72317, 06863,8726 perimetrum arcus ulimi D I, neglecta fractione $\frac{1}{2}$, quia sinus

ſinus ultimi arcus I O, tantum deficit ab ultima parte radij A H.

Ergo per 15^m Euclidis

Vt A H vltima pars radij 37252,90298,46191,4062$\frac{1}{3}$ ad D K 58516, 72317,06863,8726 perimetrum arcus ultimi; ita A B radius 100000, 00000,00000,000, ad 15707,96326,79489,6619, perimetrum Quadrantis. Cuius duplus 31415,92653,58978,3238 — eſt perimeter ſemicirculi

At ſi diameter ſtatuatur particul. 100000,00000,00000,000, circuli perimeter eſt earundem 31415,92653,58978,3238 —

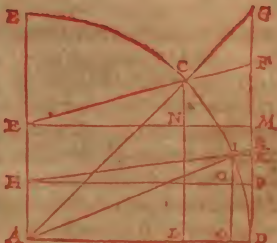
Quæ ratio perimetri ad diametrum multò accuratior eſt illâ quam Clariſſimus *Ludolphus a Collen*, in opere ſuo Cyclometrico, ex eiuſdem arcus inſcripta & circumſcripta demonſtravit, nimirum vt 100000, 00000,00000,0 ad 31415,92653,58978,32 minorem iuſtà; & 31415, 92653,58978,33 iuſtà maiorem. Vtraque enim duabus ultimis notis deficit à noſtra. Apparet itaque verum eſſe quod ſupra diximus, rationem diametri & peripheriæ citiùs, accuratiuſque obtineri per ultimi arcus tangentem abſciſſam, hoc eſt per noſtram τετραγωνίζουσαν, quàm per eiuſdem arcus inſcriptam & circumſcriptam: ideoque noſtram Cyclometriã, Archimedæa (qua *Ludolhpus* vſus eſt) ἀκριβεστέραν, magiſque compendioſam eſſe. Nam quod Archimedæam nonnulli noſtræ præferendam eſſe exiſtimant, quod ea ultimam perimetri notam perpetuò concludat intra duos terminos maiorem & minorem, noſtra verò hoc faciat nunquam: error eſt, quia & noſtra hoc ipſum cum Archimedæa perpetuò facit. Enimverò Cyclometria noſtra vltimam notam ſemper dat exactè, quemadmodum in precedente exemplo demonſtravimus: eſt itaque ſine fractione, iuſtà ſemper minor; & cum fractione, vel cum unitate, perpetuò iuſtà maior. In exemplo, ſi detur Diameter particul. 10000000, perimeter maior eſt quàm 31415926, & minor quam 31415927, vel etiam quã 31415926$\frac{6}{10}$. Item ſi diameter detur particul. 100000,00000,00000,000, perimeter maior eſt quam 31415,92653,58978,3238, & minor quàm 31415, 92653,58978,3239. Atque ita in cæteris; ſi modò numerus notarum perimetri Quadrantis, æqualis ſit numero notarum perimetri arcus ultimi.

Quoniam

Quoniam verò neque iſta Diametri & Perimetri ratio, locum habet in circulis maioribus, addo ſextum exẽplum radij Vaſtiſſimi, particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000.

Poſtremum exemplum radij particul.

100000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000



Eſto A B radius in adjuncto Diagrammate particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000; erit A H ultima pars radij earũdem 28421, 70943, 04040, 07434, 84497, 0703 $\frac{1}{2}$, & DI ultimus arcus Quadrantis $\frac{1}{35184372088832}$, eiuſque ſinus rectus I O in menſura radij particul. 44644, 71677, 45104, 88313, 33428, 3564; & complementi H Q ſinus 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 9900; item recti ſinus I O, & ultimæ partis radij Q O differentia I Q particul. 16223, 00734, 40064, 80878, 48931, 2860 Ergo per Theorema præmiſſum eſt.

Vt H Q ſinus rectus complementi ultimi arcus 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 9900, ad differẽtiam I Q 16223, 00734, 4064, 80878, 48931, 2860, ita H P radius 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000, ad K P 16223, 00734, 40064, 80878, 48931, 2876, differentiam perimetri arcus ultimi D K, & ultimæ partis radij D P. Quæ differentia cum ultima parte radij componit perimetrum arcus ultimi D K particul. 44644, 71677, 441 4, 88313, 33428, 3579, omiſſa fractione ultimæ partis radij $\frac{1}{2}$, quia ſinus ultimi arcus F O, tantundem deficit ab ultima parte radij.

G Iraque

Itaque per 15 Quinti, vt A H ultima pars radij 28420, 70943, 04040, 07434, 84497, 07030 $\frac{1}{2}$ ad D K 44644, 71677, 44104, 88313, 33428, 3579; ita A B 100000,00000, 00000, 00000, 00000,000, ad 15707, 96326, 79849, 66192, 31321, 6916 $\frac{4}{10}$. Cuius duplus 31415, 92653, 58979, 32384, 62643, 3832 $\frac{8}{10}$ eſt ſemicirculi perimeter. Itaque ὅιων μοίρων, vt Ptolemæus loquitur, ἐστιν ἡ διάμετρος 100000000000 000000000000000000,

τοιούτων ἐστιν ἡ περίμετρος 3141592653589793238462643338 32 $\frac{8}{10}$ ἔγγιστα.

Et hæc quidem exempla ſufficiunt illuſtrando Theorematis noſtri poriſmati tertio; eademque perſpicuè docent quomodo in terminis multo maioribus, ratio Diametri ad perimetrum definiri poſſit, ſi modò Canon Subtenſarum ad plures particulas ſit ſubductus. Cuiuſmodi eſt quem magnus Logiſta Ludolphus à Collen ſupputavit ad Diametri circulos 75. Verùm quia tam infiniti numerorum anfractus, nec uſum habent ullum, nec ad Cyclometriæ perfectionē ullo modo faciunt, non libet nobis ultra λεπτολεσχεῖν. Omnino enim nos cum Medicorum principe ſtatuimus, ὑπόσοις τῶν ἐπιτηδευμάτων οὐκ ἐστὶ τὸ τέλος ὠφελὲς, ταῦτ᾽ οὐκ εἶναι τέχνας. Ideoque numeris quos ſupra expoſuimus, contenti ſumus.

Porrò etſi ex ijs quæ hucuſque demonſtrata ſunt, cuivis judicare promptum ſit, quantum Cyclometria noſtra ſuper Archimedæam caput efferat, ut tamen ipſa rei veritas ſit magis conſpicua, exponam paucis, quid inter noſtram, & Archimedæam interſit. Archimedes tertia propoſitione μετρήσιος κύκλου demonſtrat cuiuſvis circuli peripheriam rationem habere ad Diametrum minorem tripla ſeſquiſeptima, & maiorem tripla ſuperdecupartiente ſeptuageſimas primas. Vnde infert iuſtam peripheriæ & Diametri rationem intra terminos illos concluſam eſſe. Hoc quamvis adeo ſit verum, vt qui negare audeat, ex Mathematicis Scholis tanquam ἀγεωμέτρητος eliminari mereatur: quia tamen Cyclometria ex eo ratiocinio deducta, craſſior eſt quam Geometriæ ſubtilitas fert, non videtur abſolutè Geometrica eſſe,

Manife-

Manifestum enim est ex i s quæ supra demonstrata sunt perimetrum arcus ultimi esse ad eiusdem arcus sinum, vt idem arcus ad eundem sinum. Quomodo igitur ultimi arcus sinus Geometricè datur, ita quoque dare oportet, arcus ultimi (adeoque & circuli ipsius) perimetrū. Atqui Ptolemæus libro magni operis I.cap.IX. vbi ex Hipparchi & Menelai sententia quantitates subtensarum Geometricè demonstrat, non cogit eas intra duos limites maiorem & minorem, sed determinat singulas in assumpta mensura diametri, exactè si rationales sint, vel ἔγγιστα si irrationales. Eadem itaque ratione peripheriæ Quantitas in assumpta mensura diametri danda est, non autem intra duos terminos concludenda.

Nam ut exemplo rem declarem, Si quis sinum semiquadrantis pronunciet maiorem esse quam $\frac{70}{100}$, & minorem quam $\frac{71}{100}$, verum quidem dicet, sed ex arte sinum semiquadrantis non dabit; cùm potius ex Ptolemæi doctrina pronunciare debeat, sinum semiquadrantis esse particul.7071068 fere, qualium radius est 10000000. Atque ita etiam in dimensione circuli est procedendum. Nam si dati circuli peripheriam ex arte metiri libeat, non oportet cum Archimede pronunciare rationem peripheriæ ad diametrum inter $3\frac{10}{70}$ & $3\frac{10}{71}$ comprehensam esse, sed potius affirmare cum Ptolemæo, circuli peripheriam esse part. 3.8.30, qualium diameter est 1.lib. μεγάλ. συντάξ. VI. cap. VII. vel ex nostra doctrina accuratius, peripheriam circuli esse part. 31416, proxime, qualium Diameter est 10000.

Sed & alterum in Archimedæo ratiocinio animadvertendum est, viz. quod limites $3\frac{10}{70}$ & $3\frac{10}{71}$ latè nimis dissideant. Ex priore enim limite colligitur ratio Diametri ad peripheriam vt 10000 ad 31428— ex altero vt 10000 ad 31408 — at quæ inter has est media scz. vt 10000 ad 31418— : haud satis est accurata. Supra enim in tertio nostro exemplo ostensum est diametro particul. 10000 deberi perimetrum particul. 31416 proximè; itaque perimeter particul. 31418, non est iustus. Atque hoc est quod observavit ante nos, Apollonius Pergæus magnus Geometra, qui non modò postulavit diametri & peripheriæ rationem. Archimedæa accuratiorem, sed vt Eutocius A-

ſcalonita teſtatur, ἀπέδειξεν αὐτὸ δι' ἀριθμῶν ἑτέρων ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγάγων. Idem fecit Philo Gadarenus, quem idem Eutocius affirmat εἰς ἀκριβεστέρους ἀριθμοὺς ἀγάγειν τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους εἰρημένων τοῦτε ζ-φημι καὶ τῶν κβ. Et Ptolemæus libro μεγάλ. συνταξ. V I. cap. VII. Archimedæam rationem vt ſimpliciorem reijcit, & ſuam ſubſtituit, vt 1 ad 3. 8. 30. Et noſtro tempore priſcos omnes antecedens incomparabilis Logiſta Ludolphus à Collen demonſtravit peripheriam circuli cuius diameter ponitur particul 100000000000000000000, maiorem eſſe quam 314159265358979323846, & minorē quam 314159265358979323847. Cuius veſtigijs etiam nos inſiſtētes oſtendimus circuli cuius diameter eſt 10000000000000000000000000000, perimetrum eſſe minorem quam 3141592653589793238462643383$2\frac{8}{10}$, & maiorem quam 31415926535897932384626433832.

Sequitur verò tertium in Archimedæo ratiocinio notandum, nimirùm quod ratio diametri & peripheriæ tripla & ſeſquiſeptima, hoc eſt vt 7 ad 22, quæ tantum ſervit dimenſioni circuli minoris, puta cuius diameter ponitur particul. 100, perperam propoſitione μετρήσιος κύκλου ſecunda maiorum circulorum dimenſioni adhibeatur. Licet enim ex ratione peripheriæ & diametri maioris, minoris quantitatem colligere, ſed non contra ex ratione minoris, quantitatem maioris. In exemplo, ex ratione diametri & peripheriæ vt 10000, ad 31416 proximè, rectè infertur ratio diametri & peripheriæ vt 100 ad 314. Eſt enim per regulam auream, vt 10000 ad 31416, ita 100 ad 314. Ex hac verò non ſequitur illa, quia per eandem regulam eſt, vt 100 ad 314, ita 10000, ad 31400, quæ minor eſt iuſtâ. Eodem modo ex ratione diametri & peripheriæ, vt 10000 ad 31416, ſequitur ratio tripla ſeſquiſeptima proximè; nam vt 10000 ad 31416, ita 7 ad 22 ferè. At non ex ratione tripla & ſeſquiſeptima ſequitur ratio Diametri 10000 ad Perimetrum 31416; eſt enim vt 7 ad 22, ita 10000 ad 31428, quæ particulis 12 illa eſt maior. Itaque ne Cyclometria ſit mendax, oportet vel ex ratione diametri & peripheriæ majoris data, inferre quātitatem minoris; vel circuli dati perimetrum ex præſenti poriſmate determinare in data menſura diametri; utrumvis enim fiat, Cyclometria erit vera.

Sed

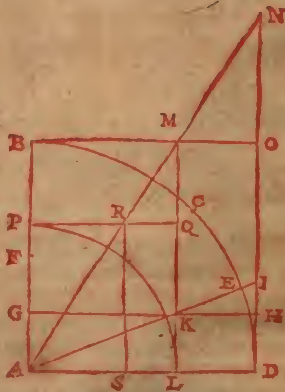
Sed hæc quidem præcipua ſunt quæ in Archimedæo ratiocinio animadvertenda eſſe exiſtimamus; ex quibus judicare licet de Cyclometriæ noſtræ præſtantia. Quæ enim in Archimedæa deſiderantur, reperiuntur in noſtra: & quæ demonſtratione operoſa ab Archimede adſtruuntur, facili & perſpicua ἀποδείξει à nobis expediuntur. Reliquum eſt vt in Cyclometria Dinoſtrati deinceps tentemus, quod in Archimedæa, Deo juvante, fecimus & perfecimus.

6. Si in dati circuli quadrante ab ultimo ſectionis radij erecti puncto, recta πρὸς ὀρθὰς ducatur in tangẽtem ultimo arcui æqualem, & ex centro quadrantis in dictæ tangentis terminum alia recta agatur priorem ſecans; perpendicularis à puncto ſectionis in radium abſcindet baſin τετραγωνιζούσης Dinoſtrati.

Inter lineas quæ Geometrarum ſcriptis celebrantur, duæ primum locum obtinent, Admirabilis & τετραγωνίζουσα. Pappus admirabilem tribuit Menelao: τετραγωνίζουσαν vero idem Pappus cum Proclo attribuunt Dinoſtrato, Nicomedi, Hippiæ. Conati autem ſunt magni illi Viri τετραγωνίζουσαν deſcribere per duos motus imaginarios, radij ſcz. & lineæ contra baſin Quadrantis parallelæ; quæ dum motu ὁμαλῷ & ἰσοχρονίῳ procedunt, radius quidem Quadrantem & parallela radium erectum percurrendo, quacunque earum communis ſectio procedit, linea ducitur, quæ ab officio τετραγωνίζουσα appellatur, quia ſcz. excogitata fuit ad circulum quadrandum. Id verò inventum reprehendit Pappus quia principium petit. Cùm enim potiſſimum ei fini comparatum ſit vt punctum τετραγώνιζον definiat, idque prius evaneſcat quàm inventum ſit, neque ulla ratione ex Dinoſtrati principijs obtineatur, rectè eam reijcit Pappus, vt inutilem, & quæ deſcribi non poſſit.

Tentavit superioribus annis Doctissimus Clavius eandem describere per puncta radij: & parallelæ sese intersecantium (quod tamen artificium magnos illos Viros non latuit) sed conatu irrito: quia vt Sporus Nicenus animadvertit, & Clavius ipse fateri cogitur, ipsius τετραγωνιζούσης finis eo modo nunquam deprehenditur.

Nos itaque primi aperimus viam terminum lineæ τετραγωνιζούσης deprehendendi, eamque munimus demonstratione sequenti.



In adjuncta figura, esto circuli dati quadrans A B C D inscriptus quadrato A B O D, cuius peripheria BCD sit continuè bisecta, primùm in C, secundò in E, bisectus quoque sit eodē modo radius AB, primùm in F, secundò in G. Deinde per præmissum Theorema describatur recta DI, æqualis arcui ultimo ED. Tādem ex G ultimo bisectionis radij puncto agatur normalis G H in tāgentem D I, & ex A centro quadrantis, mittatur alia recta AI in terminum tāgentis D I, secans priorem GH in puncto K. Dico A L partem radij A D quā abscindit perpendicularis K L à puncto sectionis K in radium A D, esse basin τετραγωνιζούσης Dinostrati.

Continetur enim K L in M, & ex A centro ducatur recta A N per punctum M in tangentem D N, eruntque triangula A L M & A D N similia, propter rectos angulos ad L & D, communem ad A: ideoque per 4^m Sexti Euclidis.

Vt A L ad L M, ita A D ad D N.

Est autem D N æqualis quadranti B C D. Nam per 15 Quinti Euclidis.

Vt

Vt K L quarta pars radij, ad I D rectam æqualem quartæ parti Quadrantis B C D, ita L M id est A B radius, ad D N rectam æqualem Quadranti B C D. Ergo per 7 Quinti

Vt A L ad L M radium, ita A D radius ad quadrantem B C D: adeoque recta A L, radius L M, & quadrans B C D sunt continuè proportionales.

Demonstravit verò Dinostratus basin τετραγωνιζούσης, radium, & peripheriam Quadrantis continuè proportionales esse. Quamobrem cum pars radij abscissa A L, radius A D, & peripheria BCD continue proportionales sint; sequitur partem radij abscissam A L esse basin τετραγωνιζούσης dinostrati. Quod erat demonstrandum.

PORISMA.

Itaque tertia proportionalis basi τετραγωνιζούσης, & dati quadrantis radio, peripheriæ dicti quadrantis æqualis est.

Quia enim ex dinostrati demonstratis, basis τετραγωνιζούσης, est ad radium, vt radius ad peripheriam Quadrantis; & ex nostri Theorematis ἀποδείξι, basis τετραγωνισούσης est ad radium, vt radius ad tertiam proportionalem; manifestum est peripheriam Quadrantis & tertiam proportionalem habere eandem rationem ad radium; atque adeò per 9. Quinti Euclidis peripheriam Quadrantis & tertiam proportionalem inter se æquales esse.

Apparet autem ex præsenti porismate, quomodo basis τετραγωνιζούσης Dinostrati beneficio, cuiusvis circuli Quadranti dato recta æqualis describi possit; & cuivis rectæ datæ æqualis peripheriæ Quadrans. Primò enim, si recta sit ducenda æqualis dato peripheriæ quadranti: oportet per præsens Theorema, à radio Quadrantis dati auferre basin τετραγωνιζούσης, deinde basi τετραγωνιζούσης & radio invenire tertiam proportionalem, ea enim per præsens porisma æqualis est dato peripheriæ Quadranti.

Exem-

Exempli gratia, in præcedente ſchemate, D N tertia proportionalis baſi τετραγωνιζούσης A L & radio A D, æqualis eſt peripheriæ Quadranti B C D.

Contra ſi quadrans peripheriæ ſit decircinandus æqualis rectæ datæ; oportet deſcribere quemcunque circuli Quadrantem, rectámque invenire, per Theorema præſens, peripheriæ Quadrãtis deſcripti æqualem. Quâ obtentâ, reperienda eſt quarta proportionalis, rectæ inventæ, radio Quadrantis deſcripti, & rectæ datæ; ea enim eſt radius Quadrantis circuli poſtulati. In exemplo, ſi in eodem ſchemate detur recta L M, cui æqualem circuli Quadrantem deſcribere oporteat; vbi quadrans A B C D ὡς ἔτυχε deſcriptus fuerit, rectaque D N reperta peripheriæ B C D æqualis, invenienda eſt A L quarta proportionalis rectæ D N, radio A D, & datæ rectæ L M; ea enim eſt radius circuli Quadrantis A P L, eiuſque peripheria P L eſt æqualis datæ rectæ L M. Quæ fuere præſtanda.

7. Si tertia proportionalis dicta fiat circuli radius, radius quadrantis dati erit baſis τετραγωνιζούσης.

Manente ſuperiore Diagrapha, ſit datus circuli quadrans A P L, & M L tertia proportionalis baſi τετραγωνιζούσης AS & radio R S, id eſt A L: fiat autem M L id eſt A D radius Quadrantis circuli B C D; Dico A L radium circuli quadrantis APL eſſe baſin τετραγωνισούσης. Eſt enim per 4ᵐ Sexti Euclidis.

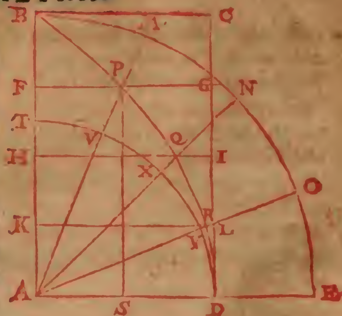
Vt A L ad M L, ita A D ad D N.

Quam-

Quamobrem cùm DN ſit tertia proportionalis radio A D,& A L manifeſtū eſt ex Theoremate pręmiſſo AL eſſe baſin τετραγωνιζούσης Quod erat oſtendendum.

8. *Si rectangulum dati circuli quadrantis radio & tertia proportionali dicta contentum deſcribatur, eiuſq; latera maiora in quotvis partes æquales dividantur,quadranſque circuli tertiæ proportionalis radio deſcriptus in partes æquales totidem; deinde per puncta diviſionum laterum maiorū parallelæ ducantur, radijq; in puncta ſectionum quadrãtis: vbi horum ſinguli ſecant illarum ſingulas, puncta ſunt lineæ* τετραγωνιζούσης *Dinoſtrati, lineaque vniformiter per ea in terminum baſis* τετραγωνιζούσης *ducta,eſt ipſa linea Dinoſtrati optata.*

Admiranda eſt natura lineæ τετραγωνιζούσης, quia non modò per eam circulus quadratur, & peripheria circuli in rectam lineam extenditur, ſed & multa alia perficiuntur quæ magnum uſum habent in Geometria, & ſcitu perjucunda ſunt. Reiecta quidem eſt ea ipſa linea à Pappo Alexandrino, & Sporo Niceno tanquam inutilis, ſed non aliam ob cauſam; quàm quod eos via lateret ipſius terminum deprehendendi : quo latente ipſa linea revera eſt inutilis. Verùm quia 6 Theoremate via nobis munita eſt,terminum τετραγωνιζούσης obtinendi, non poteſt non expedita eſſe ipſius lineæ deſcriptio, ſicuti præmiſſum Theorema docet, cuius ἀπόδειξιν ſubijcio.



Describatur rectangulnm A B C D contentum dati circuli quadrantis radio A D, & tertia proportionali A B, lateraq; A B & C D majora dividantur in quatuor partes æquales; quadransque A B E, descriptus radio tertiæ proportionalis A B in partes æquales totidem: deinde per puncta divisionum laterum maiorum, ducantur parallelæ F G, H I, K L, radijque A M, A G, A O, per puncta sectionum quodrantis. Vbi autem radius A B secat parallelam B C, & radius A M parallelam F G, item radius A N parallelam H I, denique radius A O parallelam K L, nimirum in signis B, P, Q, R, sunt puncta lineæ τετραγωνιζούσης Dinostrati, lineaque B P Q R D per ea vniformiter ducta in terminum basis τετραγωνιζούσης D, est ipsa linea Dinostrati optata. Nam radius A B circa centrum A per peripheriam B M N O E eodem tempore movetur æquali motu, quo latus B C itidem æquali motu fertur deorsum per latera A B & C D, idque prorsus vt Dinostratus imaginatus est. Hinc fit, vt quando radius A B pertransivit quamcunque partem arcus B M N O E, tunc latus B C æquales partes laterum A B, D C percurrerit. Habet enim & hic locum prima Archimedis propositio in Helicibus, *Si punctum lineas æquevelociter permeaverit, spacia permeata erunt æqualia temporibus.* Vnde etiam manifestum est lineam τετραγωνίζουσαν Dinostrati esse ex familia Helicum, vt rectè iudicavit incomparabilis vir *Iosephus Scaliger*. Enimverò ordinata Helix Cononis aut Archimedis describitur à pũcto quod æquevelociter percurrit circuli radium & peripheriam; ita etiam τετραγωνίζουσα describitur à puncto quod æqueveloci motu permeat latera A B, D C, & peripheriam Quadrãtis B M N O E. Discrimen tamen in

men inter utramque manifestum est. Ordinata enim Helix æqualibus radij decremẽtis describitur, at τετραγωνίζουσα decrementis inæqualibus, nimirum A B, A P, A Q, A R, A D, vt non sine causa idem Scaliger existimarit τετραγωνίζουσαν esse ἕλικα σεσαλευμένην hoc est, volutam luxatam aut delumbatam. Non sentimus autem cum ipso descriptionem τετραγωνιζούσης, solo quadrantis intervallo perficiendam esse: τετραγωνίζουσα enim peculiarem circinum vendicat; cuius loco si Mechanicus circuli circino velit uti, præstabit inæqualia intervalla A B, A P, A Q, A R sumere, quàm unicum intervallum A B; nisi malit per tria quævis puncta arcus ducere, atque ita τετραγωνίσουσαν complere.

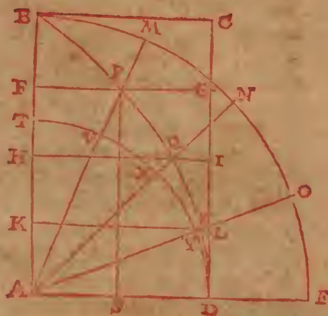
PORISMA.

Licet igitur circuli cuiusvis dati quadranti τετραγωνίζουσαν *adscribere.*

Nam per 6 elementum datur tertia proportionalis basi τετραγωνιζούσης & radio Quadrantis dati: per præsens autem elementũ describitur rectangulum tertia proportionali & radio quadrantis dati contentum, item circuli quadrans tertiæ proportionalis intervallo: atque hinc tandem τετραγωνιζούσα ipsa.

9. Si quadranti dato adscripta sit τετραγωνίζουσα *perpendicularis à quocunque* τετραγωνιζούσης *puncto in basin, æqualis est arcui quem recta, ex centro quadrantis ducta in* τετραγωνιζούσης *punctum, abscindit ex dicto peripheriæ quadrante.*

rò datus arcus maior fuerit circuli quadrante, reperienda primùm est recta æqualis quadrãti, vel semicirculo, vel tribus quadrantibus; deinde alia recta æqualis reliquo arcui qui minor est quadrante. Nam duæ hæ rectæ conjunctæ sunt toti arcui dato æquales.

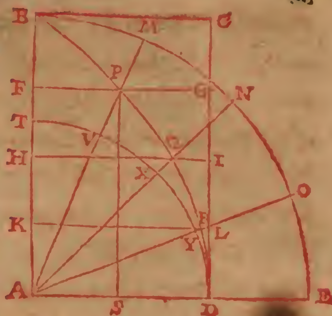


Iteretur & hic præcedens figura; estoque circuli dati Quadranti T D, & τετραγωνίζουσα eidem adscripta B P Q R D. Iam si arcus datus sit quadrans D T. æqualis ei recta erit A B, est enim perpendicularis à termino τετραγωνιζούσης B in basin A D. Quod si detur arcus V D, erit ei æqualis perpendicularis P S demissa ex P puncto τετραγωνιζούσης in basin A D: recta enim A P ex A centro Quadrantis ducta per V terminum arcus dati secat τετραγωνίζουσαν in P. Postremo si detur quadrans T D & arcus V D simul, erit ei æqualis recta A B & P S simul. At si duo vel tres Quadrantes dentur in proposito circulo, vnà cum arcu V D, erit ei æqualis recta A D vel bis vel ter sumpta, cum recta P S semel. Quæ erant præstanda.

PORISMA SECVNDVM.

Secundò cuilibet rectæ datæ abscindere possumus

Quod si data recta sit æqualis ipsi A F, adeoque minor tertia proportionali A B; oportet eam ex A B abscindere, & ex eius termino F basi τετραγωνιζούσης A D parallelam F P ducere in τετραγωνίζουσαν, & à puncto P concursus parallelæ & τετραγωνιζούσης perpendicularem P S demittere in basin; deinde ex A centro rectam ducere in P, quæ per præsens elementũ abscindet ex T D Quadrante arcum V D æqualem rectæ datæ. Postremò, si data recta sit æqualis tertiæ proportionali A B & rectæ A F simul, oportet hanc abscindere ex A B, & invenire arcum æqualem reliquæ, nimirum arcum V D: hic enim coniunctus cum quadrante T D, æqualis erit rectæ datæ. Quod si recta data vel bis, vel ter metiatur A B, & rectam A F semel, oportet Quadrantem T D vel bis, vel ter coniungere arcui V D, prout recta data vel bis vel ter metitur A B, eumque addere arcui V D, eruntque hi arcus coniuncti rectæ datæ æquales. Quæ facienda erant.



PORISMA TERTIVM.

Tertio datum circuli arcum dividere licet in proportionem datam, si dati circuli quadranti τετραγωνίζουσα fuerit adscripta. Nam si arcus datus fuerit arculi quadrans oportet tertiam proportionalem divide.

dividere in proportionem datam, & ex puncto divisionis parallelam basi τετραγωνιζούσης ducere in τετραγωνίζουσαν, rectamque ex centro quadrantis in punctum concursus parallelæ & τετραγωνιζούσης; hæc enim secabit circuli quadrantem in proportionē datam.

Quod si datus arcus duobus quadrantibus, vel tribus, vel quatuor æqualis fuerit, secare oportet unum quadrantem in proportionem datam, & duplos arcuum sectorum sumere, si datus arcus duos quadrantes æquaverit; vel triplos, si tres; vel quadruplos, si quatuor. Dupli enim dividunt duos quadrantes, tripli tres, quadrupli quatuor, ut simplus unum.

At si arcus datus minor sit quadrante, oportet rectam ducere in τετραγωνίζουσαν per terminum arcus dati, & ex puncto sectionis τετραγωνιζούσης perpēdicularem in basin, & æqualem ei abscindere ex tertia proportionali: Hæc deinde in proportionem datam secanda est, & ex punctis sectionum parallelæ basi ducendæ in τετραγωνίζουσαν, rectæque ex centro quadrantis per puncta intersectionum

paral-

parallelarum & τετραγωνιζούσης; hæ enim arcum datum dividunt in proportionem datam. Si verò datus arcus sit quadrante major, secetur primum quadrans, deinde reliquus arcus in proportionem datam, & secti arcus conjungantur; ita datus arcus in datam proportionem sectus erit. Denique si datus arcus sit quadrantibus duobus vel tribus major; secandi primũ sunt vel duo quadrantes, vel tres in proportionem datam, deinde arcus reliquus; nam & hi conjuncti propositum arcum in datam proportionem divident.



Datus esto in eadem diagrapha quadrans T D, quem dividere oporteat in proportionem datam; puta quadruplam, sitque ei adscripta τετραγωνίζουσα B P Q R D. Dividatur primum tertia proportionalis A B in partes æquales quatuor, deinde ex punctis sectionum F, H, K, ducantur rectæ F P, H Q, K R parallelę A D, quæ secent τετραγωνίζουσαν in punctis P, Q, R; tandemque ex A centro agantur in puncta sectionum τετραγωνιζούσης rectæ A P, A Q, A R; secabunt hæ quadrantem T D datum in proportionem quadruplam, Nam A B ex præsenti Theoremate est æqualis

I Qua-

Quadranti T D,& partes A B partibus T D. Cùm igitur partes A B quadrantes ſint, oportet etiam partes T D quadrantes eſſe; adeoque rectam A B, & circuli dati quadrantem T D diviſum eſſe in proportionem quadruplam. Quod ſi arcus propoſitus, ſemicirculo, vel tribus Quadrantibus, vel etiam ſemicirculo æqualis fuerit, oportet nihilominus Quadrantem vt ſupra ſecare in proportionem quadruplam, ſed ſi ſemicirculũ eodem modo dividere libeat, ſumendus eſt duplus ipſius D Y, viz. D X, hic enim eſt ſemicirculi quadrans. Aut ſi peripheria tribus quadrantibus conſtans eodem modo ſecanda ſit, triplus arcus, nimirum D V eſt capiendus, Nam & hic tres Quadrantes circuli vna peripheria contentos diſpeſcit in proportionem quadruplam. Tandem ſi circulus eodem modo dividendus ſit, ſumendus eſt quadruplus arcus DT: hic enim quia eſt dati circuli quadrans, vtique eundem circulum ſecat in proportionem eandem. At ſi detur arcus V D, minor Quadrante circuli T D, iſque dividendus ſit in proportionem triplam; oportet rectam ducere ex A centro quadrantis per V terminum arcus dati, quę τετραγωνίζουσαν ſecabit in puncto P, ex quo demittenda eſt perpendicularis P S in baſin A D, & ex A B abſcindenda eſt A F æqualis P S. Hæc deinde dividenda eſt in proportionem triplam, & ex punctis ſectionum F, H, K, ducendæ ſunt F P, H Q, K R, parallelæ baſi A D, quæ ſecabunt τετραγωνίζουσαν in punctis P, Q, R. Tandem ex A centro quadrantis rectæ agendæ ſunt in puncta Q & R, quæ divident arcum D V in proportionem triplam. Nam arcus V D, ex præſenti Theoremate eſt ęqualis rectæ A F, & illius partes FH, HK, KA, ſunt æquales arcubus V X, X Y, Y D. Quare cùm partes A F ſint trientes, oportet & partes arcus V D eſſe trientes, rectamque A F, & arcum V D, diviſum eſſe in proportionem triplam. Tandem ſi arcus datus quadrante ſit maior, oportet primum quadrantem, deinde reliquum arcum ſecare in proportionem datam, & partes quadrantis ſingulas, ſingulis partibus arcus reliqui addere, ſic enim dividetur arcus propoſitus in proportionem datam. Atque ita etiam eſt procedendum, cum peripheria datur duobus, vel tribus quadrantibus maior; niſi quod partes quadrantis ſecti in proportionem datam vel bis, vel ter ſumendæ ſint, prout peripheria data vel duobus vel tribus qua-

drantibus

drantibus est maior.

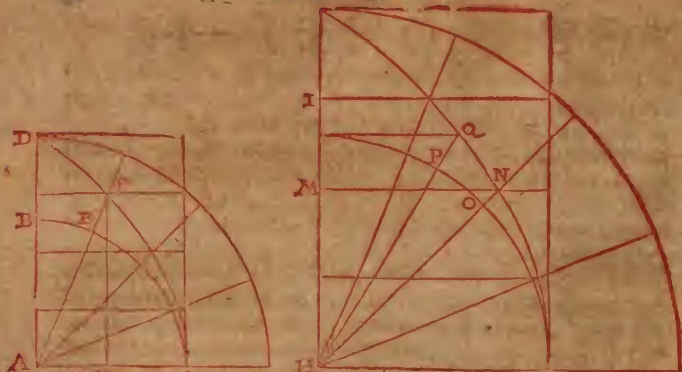
Est autem præsentis porisinatis in Geometria magnus usus. Primum enim ipsius adminiculo quæcunque figuræ, sive parium sive imparium laterum, circulo dato inscribuntur; circulusque ipse, & quævis eius peripheria data, in datam proportionem dividitur.

Secundò quivis angulus datus potest dispesci in proportionem datam. Quia enim per 33. Sexti Euclidis arcus ad arcum est, vt angulus ad angulum, haud dubiè quod de arcubus est demonstratum, de angulis una opera demonstratum esse oportet.

Tertiò Triangulùm Isosceles construi potest, cuius uterque æqualium angulorum ad reliquum habeat proportionem datam: Vnde etiam artificium pendet quamcunque figuram circulo adscribendi: quod tamen, vt Proclus censet, difficile est rudibus, quia multiplex & varium est opus.

PORISMA QVARTVM.

Postremò propositis duobus inæqualibus circulis, datoque arcu in alterutro, possumus æqualem abscindere ex altero; si modò utriusque circuli quadranti τετραγωνίζουσα *sit adscripta. Oportet autem arcum in majore circulo datum, non esse minore circulo dato majorem. Nam si arcui dato inveniatur æqualis recta per primum porisma; & huic rectæ æqualis arcus in altero circulo, erit hic arcus inventus arcui dato æqualis.*



Sint in præmiſſis figuris, A B C quadrans circuli minoris, & H I K maioris, quibus ſigillatim adſcripta ſit τετραγωνίζουσα D C & L K. Deturque primum in minore circulo arcus E C, cui æqualis abſcindendus ex maiore circulo. Per primum poriſma huius elementi, perpendicularis F G eſt æqualis arcui dato E C. Per ſecundum verò poriſma huius, rectæ F G, cui æqualis eſt ipſa H M, eſt etiam æqualis arcus O K. Itaque per 11 Quinti Euclidis, arcus O K maioris circuli, & E C minoris ſunt æquales. Abſciſſus igitur eſt ex maiore circulo arcus O K, dato E C in minore circulo æqualis. Quod faciendũ erat.

Secundò detur in maiore circulo arcus P K, cui æqualis abſcindendus ſit ex minore. Primum perpendicularis H I æqualis eſt arcui P K per primum poriſma huius. At per ſecundum poriſma rectæ A D (quæ facta eſt æqualis ipſi H I) eſt etiam æqualis arcus B C. Ergo per 11 Quinti Euclidis, Quadrans B C, & arcus P K ſunt inter ſe æquales. Abſciſſus itaque eſt ex minore circulo arcus B C, æqualis P K dato in circulo maiore. Quod facere oportebat.

Atque ita pertractata eſt prima Cyclometriæ pars, de dimenſione circuli ambitus: ſequitur altera de dimenſione circuli areæ, que ſequenti libro eſt explicanda.

CYCLO.

CYCLOMETRIÆ

LIBER II.

D dimensione Circuli areæ.

1. *Altera pars Cyclometriæ est quæ benè metitur circuli aream.*



ANC partem Cyclometriæ Græci τετραγωνισμὸν κύκλου, nostri Quadraturam circuli appellant. Est autem nobile argumentum quod omnium ætatum Mathematicis propositum fuit, vt in eo se exercerent: pendetque à ratione diametri & peripheriæ; adeò vt ea inventa τετραγωνισμὸς κύκλου sponte sequatur. Itaque dubium non est, quin pars isthæc Cyclometriæ perfacilis iam sit futura, quia diametri & perepheriæ ratio, superiore libro satis superque est demonstrata.

2. *Aream circuli dimetiri, est non tantum circulo cuicunque dato æquale quadratum describere, & cuivis quadrato dato æqualem circulum, sed & rationem explicare quam circulus quisque datus habet ad quadratum sui diametri.*

Areæ circuli dimensio vel Geometricè fit, vel Arithmeticè. Si Geometricè, describere oportet quadratum circulo dato æquale, vel circulum æqualem dato quadrato. Sin Arithmeticè, explicanda est ratio quam circulus habet ad quadratum sui diametri.

3. Rectangulum cuiusvis circuli radio, & peripheriæ dimidio contentum, æquale est eidem circulo.

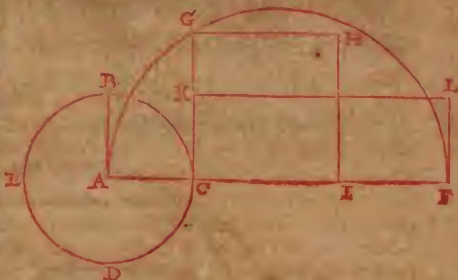
Archimedes prima propositione μετρήσιος κύκλου demonstrat omnem circulum esse æqualem Triangulo rectangulo cuius unum latus circa rectum est circuli radius, alterum perimeter. Demonstratio autem sumitur à dimensione areæ cuiusvis polygoni ordinati, quæ à minimo ad maximum uniformiter se habet. Triangulum enim rectangulum cuius unum latus rectum ambiens est perpendicularis à centro polygoni in latus, & alterum perimeter polygoni, polygono æquale est. Cùm verò circulus sit polygonum ordinatum infinitorum laterum, dubium non est, quin polygonum ordinatum finitorum laterum ad circulum quoque se extendat, quia eadem utrobique est ratio. Adeoque verissimum est quod Archimedes asserit, omnem circulum esse æqualem Triangulo rectangulo, cuius unum latus est circuli radius, alterum ipsius perimeter.

Hinc autem varia exstiterunt Axiomata apud Theonem & alios, & inter cætera illud quod nos adduximus, *rectangulum circuli cuiusvis radio & peripheria dimidio contentum, æquale esse eidem circulo.* Cuius veritas cùm ex Archimedæo elemento, cognita parallelogrammi doctrina, sit manifesta, non opus est, vt pluribus ostendatur.

PORISMA PRIMVM.

Primò itaq; cuivis circulo dato licet describere æquale quadratum. Media enim proportionalis inter radium circuli, & semissem perimetri est latus quadrati, circulo dato æqualis.

Detur



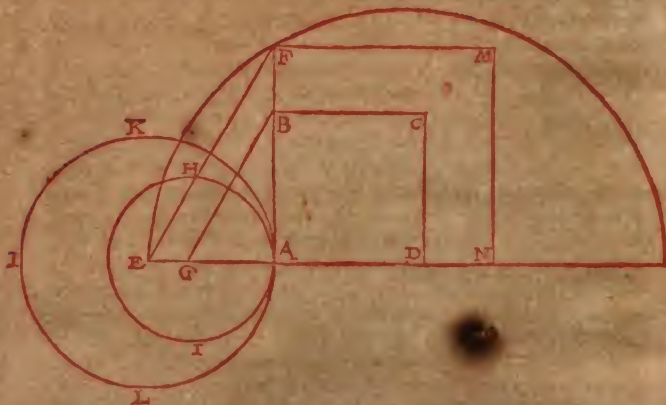
Detur in adiuncto schemate circulus B C D E, ciusque radius A C, & semiperimeter C F per 1 porisma 5 Cyclometriæ, vel porisma 6 elemen. sitque circulo dato describendũ æquale quadratum; Dico mediam proportionalẽ inter radium A C, & semiperimetrum C F esse latus Quadrati dato circulo æqualis. Quadratũ enim quod describitur à media proportionali, inter radium circuli A C, & perimetri semissem C F, æquale est (per 17 Sexti Euclidis) rectangulo quod continetur radio A B id est K C & perimetri semisse C F. Quoniam verò per præsens Theorema, hoc ipsum rectangulum, circulo B C D E æquale est; vtique & Quadratum descriptum à linea media, eidem circulo est æquale. Inventâ igitur, per 13 Sexti Euclidis C G media proportionali inter radium A C, & semiperimetrum C F, datur quadratum C G H I, circulo B C D E æquale. Quod erat faciendum.

Manifestum verò est ex demonstratione præmissa, figuram quoque quamcunque rectilineam cuivis circulo dato posse construi. Nam si per præsens porisma dato circulo æquale quadratum construamus, & per 25 Sexti Euclidis, eidem quadrato figuram rectilineam æqualem, & similem alteri datæ rectilineæ figuræ; erit eadem figura rectilinea constructa dato circulo æqualis.

PORISMA SECVNDVM.

Secundò cuicunque quadrato dato describi potest æqualis circulus, si prius per præcedens porisma, cui-

cuivis circulo æquale quadratum descriptum sit. Quarta enim proportionalis descripti, datique quadrati lateri, & radio dati circuli, est radius circuli, dato quadrato æqualis.



Detur in adiuncto schemate quadratum A B C D, cui æqualis circulus describendus sit, sitque circulo A K I L ὡς ἔτυχε descripto, æquale quadratum, per præcedens porisma A F M N. Dico quartam proportionalem lateribus A F & A B, & radio A E, esse radium circuli, dato quadrato A B C D equalis. Describatur enim recta linea E F ex E puncto in punctum F, & ex B puncto ducatur B G parallela ipsi E F, eruntque Triangula E A F & G A B similia, & latera Triangulorum, per 4 Sexti, proportionalia. Itaque

Vt A F ad A B, ita A E ad A G quartam proportionalem, lateribus quadratorum A F, A B, & radij A E.

Decir-

Decircinetur quoque radio A G circulus A H I, eritque per demonstrata Pappi,

Vt A E radius ad circulum A K I L, ita A G radius ad circulum A H I.

Et per 22 Sexti Euclidis,

Vt A E ad quadratum A F M N, ita A G ad quadratum ABCD.

Quia autem circulus A K I L radio A E descriptus, æqualis est quadrato A F M N ex fabrica: est etiam circulus A H I, quarta proportionali A G, vt radio, descriptus, Quadrato A B C D dato, per 11 Quinti Euclidis æqualis. Quod erat faciendum.

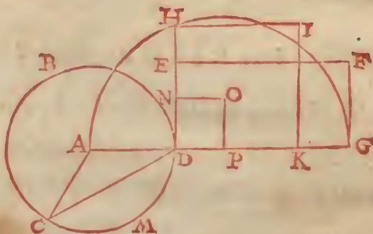
PORISMA TERTIVM.

Postremò manifestum est, circulum quemcunque rationem habere ad diametri suæ quadratum, quam diametrus habet ad perimetri sui quadrantem.

Archimedes propositione 2 κύκλου μετρήσιος demonstrat circulum ad quadratum diametri rationem habere vt 11 ad 14; idque non de omni circulo verum est, sed tantum de minimis, quorum ratio ad diametrum est vt 7 ad 22. Nos autem de omni circulo dicimus quod rationem habeat ad diametri suæ quadratum, quam diametrus habet ad perimetri sui quadrantem. Nam ex præsenti elemento constat planum è radio & perimetri semisse esse circuli aream. Hinc verò fluit ista ratio circuli ad diametrum suam quadratam, sicuti patet ex analysi. Detur enim circuli diameter particul, 20000000, & perimeter earundem, per tertium porisma 5 elementi Cyclometriæ lib. I, 62831853, area eiusdem erit particul. earundem 314159265000000: planus enim è radio 10000000, & semisse $31415926\frac{1}{2}$ est 314159265 000000. Atqui hæc ipsa se habet ad quadratum diametri, vt diameter ad

ter ad perimetri quadrantem. Diameter enim eſt 20000000 particul. & perimetri quadrans earundem particul. 15707963$2\frac{1}{7}$; quadratum diametri, 400000000000000. Vt autem 20000000 ad 15707963$2\frac{1}{7}$, ita 400000000000000, ad 314159265000000, prorſus vt ſupra.

4. *Rectangulum ſub radio circuli, & baſis ſectoris perimetri dimidio comprehenſum, eidem ſectori æquale eſt.*



Sit in appoſita figura ſector ACBD, baſis ſectoris DBC, baſis ſemiſſis DB, eiuſque perimeter DG, per primum poriſma 9. elem. I. libri Cyclometriæ. Dico rectangulum EG contentum radio AD id eſt DE ex fabrica, & baſis DBC perimetri dimidio DG, æquale eſſe ſectori ACBD. Nam per 15^m Quinti Euclidis partes eandem rationem habent quam earum multiplicia. Quare vt circulus ſe habet ad rectangulum contentum radio & perimetri dimidio, ita etiam ſector ſe habet ad rectangulum contentum radio & perimetri baſis ſectoris dimidio. Eſt autem rectangulum radio & perimetri dimidio contentum, circulo æquale; itaque & rectangulum radio & perimetri baſis ſectoris dimidio contentum, ſectori æquale eſt. Quod erat demonſtrandum.

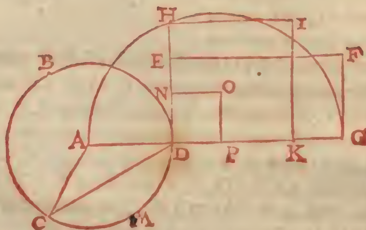
PORISMA.

Itaque circuli cuiuſvis ſectori dato æquale qua-

dra-

dratum describi potest. Nam media proportionalis inter radium circuli & semissem perimetri basis sectoris, est latus quadrati dato sectori æqualis.

Consequentia manifesta est. Nam si descriptum sit rectangulum contentum radio circuli & basis sectoris perimetri dimidio, media proportionalis inter radium circuli & basis sectoris perimetri dimidium, per 17 Sexti Euclidis, est latus quadrati, eidem rectangulo æqualis. Est autem hoc rectangulum basi sectoris æquale, itaque & quadratum eidem basi sectoris æquale est. Vt in schemate & exemplo præmisso, recta DH, per 13 Sexti Euclidis est media proportionalis inter radium AD id est DE ex constructione, & DG perimetrum dimidium basis DBC. Itaque per 17 Sexti, quadratum DHIK æquale est rectangulo EG. Quia autem



hoc rectangulum æquale est sectori A C B D, oportet etiam quadratum D H I K eidem æquale esse. Descriptum igitur est quadratum D H I K, sectori A C B D æquale; quod erat faciendum.

5. *Si triangulum è duobus radijs & basi segmenti, addatur maiori sectori, totus erit area*

 maioris

maioris ſegmenti; ſin detrahatur ſectori minori, reliquum erit area minoris.

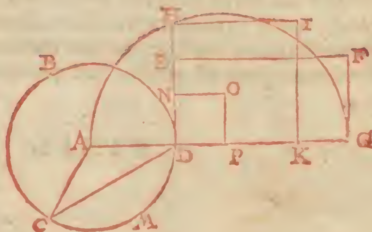
Repetatur ſuperior figura, in qua ſector maior eſt ACBD, & minor ACMD, & triangulum ACD è duobus radijs AC, AD, & baſi ſegmenti CD; Dico ſi triangulum ACD addatur maiori ſectori ACBD, totum fore aream maioris ſegmenti C B D; ſin detrahatur ſectori minori A C M D, reliquum eſſe aream minoris ſegmenti C M D. Quoniam enim maius ſegmentum C B D conſtat ex maiori ſectore A C B D, & triangulo A C D, oportet alterum alteri additum componere aream maioris ſegmenti CBD: item quia minus ſegmentum C M D, pars una eſt minoris ſectoris A C M D, & triangulum A C D pars eius altera, oportet hoc ſectori A C M D detractum relinquere aream minoris ſegmenti C M D. Quod erat oſtendendum.

PORISMA.

Hinc licet cuiuſvis circuli ſegmento dato, æquale quadratum conſtituere. Nam ſi detur maius ſegmentum, conſtruenda ſunt quadrata duo, unum ſectori maiori, alterum triangulo æquale, quæ ſimul

mul componunt quadratum maioris ſegmenti. Sin minus ſegmentum detur, conſtruere oportet quadrata duo, unum ſectori minori, alterum triangulo æquale, quorum hoc illi detractum, relinquit quadratum ſegmenti minoris.

Exempli gratia, detur in adjuncto ſchemate maius ſegmentum CGD, cui æquale quadratum deſcribere oporteat. Quoniam quadratum D H I K, per præmiſſum elementum, æquale eſt maiori ſectori ACGD; item quadratum D



N O P per 14 Secundi Euclidis, deſcriptum eſt æquale Triangulo A C D, palam eſt quod quadrata D H I K & D N O P ſimul ſumpta æqualia ſint ſectori maiori A C G D, & triangulo A C D, ſimul. Atqui ſector maior A C G D & triangulum A C D conſtituunt ſegmentum maius C G D; itaque quadrata D H I K & D N O P ſimul ſumpta, ſunt æqualia maiori ſegmento C G D. Iam verò ſi latera quadratorum D H I K & D N O P, illius D H, huius D P crura fiant trianguli rectanguli H D P, tertium latus H P, per 47 Primi Euclidis, æquale erit quadratis laterum D H & D P; adeoque quadratum ex H P deſcriptum æquale erit ſegmento maiori C G D.

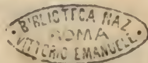
Neque aliter conſtruitur quadratum æquale ſegmento minori C M D, ſi primum quadrata conſtituta ſint æqualia ſectori minori A C M D, & triangulo A C D, dempto enim hoc quadrato ex illo,

relinquitur quadratum ſegmento C M D minori æquale. Quæ facere oportuit.

Ex ijs autem quæ hucuſque demonſtrata ſunt, manifeſtum eſt, quomodo etiam, *plana ovata*, μηνίσκοι, *lenticulæ*, aliæque figuræ, quæ vel ex ſolis circuli ſegmentis, vel ex ſegmentis circuli, & rectilineis figuris ſimul, conſtruuntur, poſſint τετραγωνίζειν: omninò enim à ſuperiori doctrina pendent, & ſigillatim exemplis oſtendi poſſunt; at μηδὲν ἄγαν. Quare vela contraho, contentus digitum ad fontem intendiſſe — ἀμείνω δ᾽ ἄισιμα πάντα.

Hactenus paucis elementis, utramque Cyclometriæ partem complexus ſum : Lectoris benevoli erit iſtis uti cum gratia, ſibique eadem utilia facere tum legendo, tum manus operi admovendo. Nam illud Anaxagoræ vel maximè huc quadrat, *manum eſſe ſapientiæ cauſam.*

FINIS.



Graphica aliquot ſphalmata quæ per incnriam irrepſerunt, ita corrigito.

Pag.4.lin.25. radiuſqueerectus,lege radiuſque erectus.
Pag.35.lin.vltima,rationem.Archimedæa,lege rationem Archimedæa.
Pag.38.lin.27.continetur,lege continuetur.
Pag.42.lin.14.quodrantis,lege quadrantis.
Pag.45,lin,8.& 9.Quadranti,lege Quadrans.
Pag.52.in ſecunda diagrapha,ponatur l litera è regione Q.

